

LINEARNA ALGEBRA 2019/20

2. DOMAČA NALOGA

1. Izračunaj determinanto matrike

$$\det \begin{bmatrix} -2 & -4 & c & c+2 \\ 2 & 4 & 2 & -1 \\ 0 & 2c+2 & 1 & c \\ 1 & 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

2. Določi za katere $\phi, x \in \mathbb{R}$ obstaja inverz matrike. Za ϕ, x izračunaj inverz, ko obstaja.

$$\begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & 0 & \sin \phi & 0 \\ 0 & x & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1+x & 0 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x+2 \end{bmatrix}.$$

3. (Razširjen Evklidov algoritem)

Data: Neničelni celi števili a, b .

Result: d, x, y , kjer je $d = \gcd(a, b)$ in $xa + yb = d$.

$(r_0, x_0, y_0) = (a, 1, 0)$;

$(r_1, x_1, y_1) = (b, 0, 1)$;

while $r_{i+1} \neq 0$ **do**

$k_i = r_{i-1} // r_i$;

▷ celoštevilsko deljenje

$(r_{i+1}, x_{i+1}, y_{i+1}) = (r_{i-1}, x_{i-1}, y_{i-1}) - k_i(r_i, x_i, y_i)$;

end

return (r_i, x_i, y_i)

Pokaži, da algoritem deluje pravilno.

a.) Pokaži, da je $\gcd(r_j, r_{j+1}) = \gcd(r_{j+1}, r_{j+2}) = \gcd(r_{i-1}, r_i) = r_i$

b.) Pokaži, da je $x_i a + y_i b = r_i$ za vsak i .

4. Poišči vse rešitve enačb $7x = 2$ v $\mathbb{Z}_{11}$ in $4y = 0$ v $\mathbb{Z}_{16}$.

Poišči vse rešitve enačbe $732x = 122$ v $\mathbb{Z}_{304}$ in v $\mathbb{Z}_{304}$.

5. Naj bo $T = \{1, 2, \dots, n\}$. Množica vseh bijektivnih preslikav iz T v T je grupa za komponiranje, ki jo označimo s S_n in imenujemo simetrična grupa. Njene elemente imenujemo permutacije. Permutacije lahko zapišemo kot npr.

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 1 & 7 & 8 & 6 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 8 & 7 & 4 \end{pmatrix},$$

kjer je $\alpha(1) = 2, \alpha(2) = 1, \alpha(3) = 7 \dots$

Izračunaj $\alpha \circ \beta$ in $\beta \circ \alpha$.

Z $(i_1 i_2 \dots i_m)$, $i_j \neq i_k$ označimo permutacijo (imenujemo jo cikel), ki preslika $i_1 \mapsto i_2$, $i_j \mapsto i_{j+1}$ in $i_m \mapsto i_1$.

Zapiši $(1734) \in S_8$ v zgornji obliki. Izračunaj $(14)(235)$ in $(123)(241)$ ter ju zapiši v zgornji obliki.

6. Pokaži, da grupa S_3 ni komutativna.