

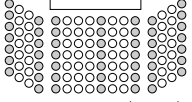
Analiza 3: 1. kolokvij

3. 12. 2018

Čas pisanja je 120 minut. Možno je doseči 100 točk. Vse odgovore dobro utemeljite. Veliko uspeha!

Ime in priimek

	1
	2
	3
	4
	Σ



Sedež (2.05)

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1. naloga (25 točk)

Dana naj bo ravninska krivulja $\mathcal{C}$ s parametrizacijo

$$\vec{r}(t) = (t, \operatorname{ch}(t)) \quad t \in \mathbb{R}.$$

- a) Naj bo $s(t)$ dolžina krivulje $\mathcal{C}$ med $\vec{r}(0)$ in $\vec{r}(t)$. Izračunaj $s(t)$.
- b) Za vsak $t \in \mathbb{R}$ določi enačbo tangentne premice na krivuljo $\mathcal{C}$ skozi točko $\vec{r}(t)$.
- c) Za vsak $t \in \mathbb{R}$ določi enačbo normalne premice na krivuljo $\mathcal{C}$ skozi točko $\vec{r}(t)$.

2. naloga (25 točk)

Dano je ravninsko vektorsko polje

$$\vec{v}(x, y) = (-y, 2x - ye^y) .$$

Izračunaj

$$\oint_{\partial D} \vec{v} \cdot d\vec{s},$$

kjer je $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; (x^2 + y^2)^2 + 4x(x^2 + y^2) \leq 4y^2\}$ in rob območja D je pozitivno orientiran.

(**Nasvet:** Izrazi rob območja D v polarnih koordinatah in uporabi Greenovo formulo.)

3. naloga (25 točk)

Dan naj bo posplošeni integral s parametrom

$$F(y) = \int_1^{\infty} \log \left(1 + \frac{y^2}{x^2} \right) dx.$$

- a) Določi definicijsko območje funkcije F .
- b) Ali F konvergira enakomerno na omejenih množicah?
- c) Ali F konvergira enakomerno na celotnem definicijskem območju?
- d) Izračunaj $F(y)$. Preveri enakomerno konvergenco, kjer je to potrebno.

(**Nasvet:** Pri ugotavljanju konvergence integrala si lahko pomagata z neenakostmi $\log(1+x) \leq x$ za $x \geq 0$ in $\log(1+x) \geq \frac{x}{4}$ za $x \in [0, 1]$.)

4. naloga (25 točk)

Dano naj bo območje $V_n \subset \mathbb{R}^3$, omejeno s ploskvijo

$$(x^2 + y^2 + z^2)^n = z^4(x^2 + y^2), \quad n \in \mathbb{N}.$$

a) Izračunaj volumen območja V_6 .

b) Poišči splošno formulo za volumen območja V_n ter izračunaj $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n$.