

Predgovor

- UVF: spoznavanje osnovnih fizikalnih konceptov, količin in zakonov (zveš med fizikalnimi količinami); uporaba na (preprostih) primerih
- Fizikalni nivo: zaradi različnega fizikalnega znanja študentov začnemo od začetka, tako da lahko snovi sledi vsak ustrezen motiviran študent.
- Matematični nivo: za razumevanje podane snovi zahtevano poznavanje osnovnih matematičnih orodij (linearne in kvadratne funkcije in enačbe, kotne funkcije, osnove geometrije, čisto na koncu tudi osnovni pojmi verjetnostnega računa; ne ščiti osnovno znanje odhajanja)
- Vertikalna povezava (s predmeti v 2. letniku)
  - a) Fizikalni praktikum (FIZ-PRA): pri UVF obravnavamo snov, ki je potrebna za razumevanje in uspešno opravljanje praktikumskih vaj. Snov, ki jo obravnavamo pri UVF, je temu ustrežno prilagojena.
  - b) Matematična orodja v fiziki (MOF): pri UVF študenti spoznajo osnovne fizikalne koncepte, pojme, količine in zveze med njimi. Uporaba močnejših matematičnih orodij (vektorska in matrična algebra, integralni račun, kompleksna števila, diferencialne enačbe, ...) pri MOF omogoča popolnitev in poglobitev fizikalnega znanja, pridobljenega pri UVF.

Kot dodatno literaturo priporočam:

J. Kušcer, A. Moljk, M. Kranjc, J. Peternež (J. Strnad, M. Rozina):  
„Fizika za srednje šole I, II in III“

## UVOD

## I. MEHANIKA

- Kinematika premega gibanja
- Dinamika - sile pri premem gibanju
- Delo, moč in energija
- Sumele sile in gibalna količina
- Kinematika kroženja in vrtenja
- Dinamika vrtenja razsežnega togega telesa okoli simetrijske osi, rotacijska energija
- Mehanika tekočin (hidrostatski tlak, vzgon, viskoznost, kvadratni zakon upora)
- Mehansko valovanje

## II. TERMODINAMIKA

- Temperatura, temperaturno raztezanje snovi
- Plinska enačba, Avogadrov zakon
- Energijski zakon, toplota, notranja energija, kalorimetrija
- Prevajanje toplote
- Toplotni stroji

### III. ELEKTRIKA IN MAGNETIZEM

#### 1. Električni tok

- Učinki el. toka
- Jakost in smer el. toka, el. naboj
- Električno delo, moč in napetost
- Električna upornost, Ohmov zakon
- Specifična upornost
- Imenični tok in napetost

#### 2. Električno polje

- El. kondenzator, kapaciteta
- El. sila, el. polje (jakost el. polja)
- Energija kondenzatorja (el. polja)

#### 3. Magnetno polje

- Magnetna sila, magnetno polje (gostota mag. polja)
- Magnetno polje v okolici vodnika in v tuljavi s tokom
- Magnetni pretok
- Induktivnost tuljave

#### 4. Indukcija

- Indukcijski zakon
- Generator izmenične napetosti
- Indukcija na tuljavi z izmeničnim tokom
- Energija tuljave (magnetnega polja)
- Transformatorji
- Asinhroni elektromotor

## (1) Valovne značilnosti EM valovanja (svetlobe)

- Dipolna antena, EM valovanje
- Interferenca, lom in odboj svetlobe
- Hitrost  $c$  svetlobe v praznem prostoru

## (2) Fotometrija (energijski tok svetlobe)

- Svetlobni tok in njegova jakost
- Odbojnost, meritev svetlobnega toka
- Občutna (fiziološka) jakost svetlobnega toka
- Osvetljenost
- Svetlobna moč svetila, Stefanov in Wienov zakon

## (3) Geometrijska optika

- Preslikave
- Trcala in leče
- Optične naprave: človeško oko, lupa, mikroskop, daljnogled

V SEVANJE

- Vrste sevanja in njihovi izvirniki
- Osnovni pojmi dozimetrije
- Eksponentni raspad in eksponentna atenuacija

Fizika je osnovna naravodolna znanost: iz opazovanja (meritev) izluščiti osnovna pravila (fizikalne zakone), po katerih potekajo pojavi v naravi.

Skrite želje glede fizikalnih zakonov:

a) da jih je čimmanj (da s čimmanj zakoni pojamimo čimveč različnih pojavov v naravi),

b) da so čimbolj preprosti.

Fizikalni zakoni  $\equiv$  zveze med fizikalnimi količinami.

Primeri:  $E = mc^2$  ;  $E =$  energija telesa

$m =$  masa telesa.

$c_0 \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  (hitrost svetlobe v praznem prostoru)

$\vec{F} = m\vec{a}$  ;  $\vec{F} =$  sila na opazovano telo

$m =$  masa telesa

$\vec{a} =$  pospešek telesa

Fizikalna količina = število + enota

Osnovne fizikalne količine: količine, za katere moramo enoto definirati (se o njej dogovoriti).

V poglavju o mehaniki bomo spajali s tremi osnovnimi fizikalnimi količinami:

7

(1) dolžina

• simbol:  $l$

• enota:  $[l] = m$  (meter)

$$1 m \approx \frac{1}{4 \cdot 10^7} \text{ dolžina ekvatorja}$$

$$\approx \frac{1}{2 \cdot 10^7} \text{ dolžine poldnevniške krogi Pariz}$$

$$\approx \text{dolžina "prametra" (točno določene palice)}$$

$$\approx \text{razdalja, ki jo prepotuje svetloba}$$

$$\approx \frac{1}{3 \cdot 10^8} s$$

(2) čas

• simbol:  $t$

• enota:  $[t] = s$  (sekunda)

$$1 s \approx \frac{1}{24 \cdot 3600} \text{ -ti del dneva (čas enega obrata}$$

Zemlje okoli svoje osi)

(3) masa

• simbol:  $m$

• enota:  $[m] = kg$  (kilogram)

$$1 kg \approx \frac{1}{1000} \text{ -ina mase } 1 m^3 \text{ vode}$$

$\approx$  masa "prakilogramna"

Točne definicije omenjenih enot danes drugačne, vendar skladne z naštetimi približnimi definicijami.

(V naslednjih poglavjih bomo vpeljali še dve osnovni fizikalni količini, in sicer temperaturo ter jakost el. toka)

Vse ostale fizikalne količine so sestavljene - dolžino jih s sestavljanjem osnovnih fizikalnih količin. Enota sestavljenih količin je določena z načinom sestavljanja količine.

Primeri sestavljenih količin in njihovih enot:

$V$ : prostornina;

Primer: prostornina kocke z dolžino roba  $l$ :  $V = l^3$

$$\Rightarrow [V] = m^3$$

$\rho$ : gostota

$\rho \equiv \frac{m}{V}$  (masa telesa na enoto njegove prostornine)

$$\Rightarrow [\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{kg}{m^3}$$



Kinematika

- Opisovanje gibanja (ne da bi  $x$ , zaenkrat, spraševali o vrstah za gibanje)

Zaenkrat se bomo omejili na:

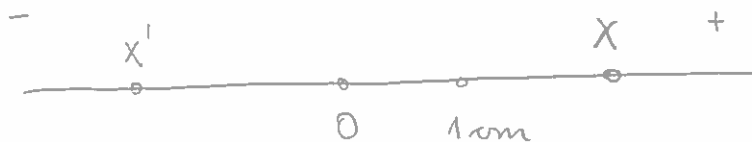
- a) premo gibanje (gibanje vzdolž same črte)
- b) točkasta telesa (zanemarili bomo dimenzijo in obliko teles)

Pri tem se moramo zavedati, da z omejenima prenostavitvama (omejitvama) ne moremo dobro opisati vseh pojavov (npr. kotaljenja, s katerim se bomo ukvarjali v enem izmed kasnejših poglavij).

(1) Položaj telesa

- v primeru premega gibanja koordinatni sistem za enolični opis trenutnega položaja telesa sorazmerno enostaven: sterilska os (ravna črta, vzdolž katere poteka gibanje, na kateri označimo izhodišče - točko 0, enoto (npr. 1 m), in pozitivno/negativno smer)

(2)



$$x = 2,5 \text{ cm}$$

$$x' = -2 \text{ cm}$$

Število  $x$ , ki označuje položaj telesa: za koliko osnovnih enot je telo oddaljeno od izhodišča  $0$ ;

$x > 0$ : telo se trenutno nahaja na pozitivni strani osi

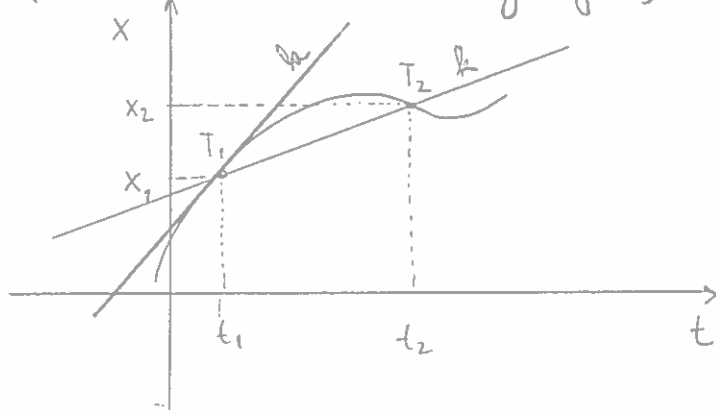
$x < 0$ : -||- -||- -||- -||- -||- negativni -||- -||-

Komentar: podobno, kot pri položaju  $x$ , bo tudi pri marsikateri drugi količini (ne pa pri vseh) povezan s smerjo količine.

## (2) Hitrost telesa

Denimo, da se položaj  $x$  telesa spreminja s časom  $t$ ,

$x = x(t)$ . Narišimo graf funkcije  $x(t)$ , npr.



Na grafu si izberimo dve točki,  $T_1(t_1, x_1)$  in  $T_2(t_2, x_2)$ , in skozi njiju potegnimo ravno črto (premico).

Enačba premice:  $x = kt + n$

Smerni koeficient:  $k = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  ;  $\Delta x \equiv x_2 - x_1$   
 $\Delta t \equiv t_2 - t_1$

Definirajmo proprečno hitrost  $\bar{v}([t_1, t_2])$  telesa v času od  $t_1$  do  $t_2$ : (3)

$$\boxed{\bar{v}([t_1, t_2]) \equiv \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}} \quad (=k; \text{smerni koeficient sekante, premice skozi točki } T_1 \text{ in } T_2 \text{ na kmilji } x(t))$$

$$\boxed{[\bar{v}([t_1, t_2])] = \frac{m}{s}}$$

Poleg enote  $m/s$  tudi druge enote, npr.  $km/h$ ;

$$1 \frac{km}{h} = \frac{1 km}{h} = \frac{1000 m}{3600 s} = \frac{1}{3,6} \frac{m}{s}$$

Oziroma

$$1 m/s = 3,6 km/h.$$

$$x_2 - x_1 = \Delta x \Rightarrow t_2 = t_1 + \Delta t$$

$$x_1 = x(t_1)$$

$$x_2 = x(t_2) = x(t_1 + \Delta t)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_2 - x_1 = \Delta x \Rightarrow t_2 = t_1 + \Delta t \\ x_1 = x(t_1) \\ x_2 = x(t_2) = x(t_1 + \Delta t) \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\bar{v}([t_1, t_2]) = \frac{x(t_1 + \Delta t) - x(t_1)}{\Delta t}}$$

Definirajmo (trenutno) hitrost  $v(t_1)$  ob času  $t_1$  kot limitni primer proprečne hitrosti  $\bar{v}([t_1, t_2])$  za poljubno majhne časovne intervale:

$$\boxed{v(t_1) \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v}([t_1, t_2]) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t_1 + \Delta t) - x(t_1)}{\Delta t}}$$

$$\boxed{[v(t_1)] = m/s \text{ (km/h, ...)}} \quad \text{}$$

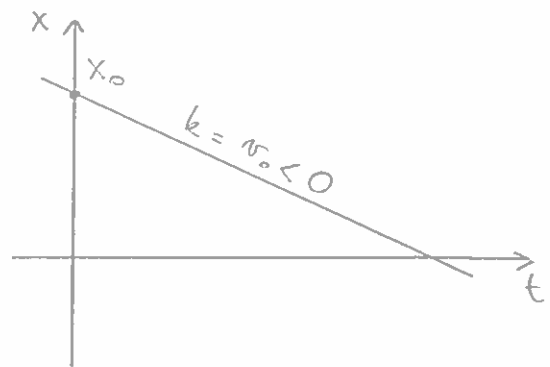
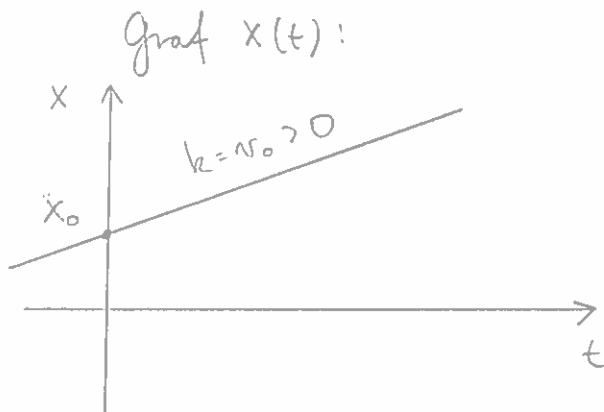
• grafično:  $v(t_1)$  je smerni koeficient k tangente na krivuljo  $x(t)$  v točki  $T_1(t_1, x_1)$

• algebrajsko (računsko):  $v(t_1)$  je odvod  $x(t)$  ob času  $t=t_1$

$$v(t_1) = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=t_1} = \dot{x}(t_1)$$

1. primer: gibanje vrtčka na vodoravni ravnini zlopi

$$x = x_0 + v_0 t \quad ; \quad x_0, v_0 \text{ konstanti} \quad ; \quad [x_0] = \text{cm}, [v_0] = \text{cm/s}$$



$t=0$  :  $x = x_0$  (položaj telesa ob času  $t=0$ )

$v = ?$

• grafično: tangenta na  $x(t)$  (premica) kar sama premica  $\Rightarrow k = k = v_0 = v = \text{konst.}$

$v = v_0 = \text{konst} \Rightarrow$  gibanje  $\equiv$  premosredno

$v > 0$  : gibanje proti + številski osi } predmet v - smer  
 $v < 0$  : - " - - " - številski osi } gibanja

• algebrajsko:  $v \equiv \dot{x}$

Nekaj osnovnih pravil odvajanja:

$$(1) \quad x(t) = f(t) + g(t) \Rightarrow \dot{x} = (\dot{f} + \dot{g}) = \dot{f} + \dot{g}$$

$$(2) \quad x(t) = c f(t); c = \text{konst.} \Rightarrow \dot{x} = (\dot{c} f) = c \dot{f}$$

$$(3) \quad x(t) = f(t) g(t) \Rightarrow \dot{x} = (\dot{f} g) = \dot{f} g + f \dot{g}$$

$$(4) \quad x(t) = c = \text{konst.} \Rightarrow \dot{x} = \dot{c} = 0$$

$$(5) \quad x(t) = t^n \Rightarrow \dot{x} = (\dot{t}^n) = n t^{n-1}$$

$$\Rightarrow x = x_0 + v_0 t; x_0, v_0 \text{ konst.}$$

$$\dot{x} = (\dot{x}_0 + v_0 \dot{t})$$

$$\stackrel{(1)}{=} \dot{x}_0 + (v_0 \dot{t})$$

$$\stackrel{(2), (4)}{=} v_0 \dot{t}$$

$$= v_0 (\dot{t})$$

$$\stackrel{(5)}{=} v_0 \cdot 1 \cdot t^0$$

$$= v_0 \cdot 1 \cdot 1$$

$$= v_0 \quad \checkmark$$

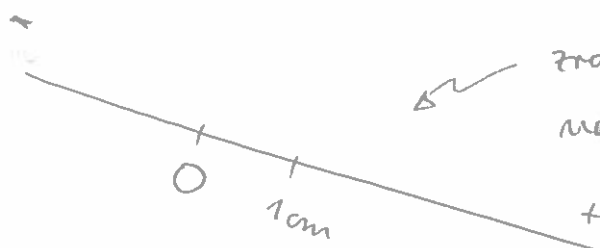
2. primer: gibanje vorička po nagnjeni račni klopi

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a_0}{2} t^2; x_0, v_0, a_0 \text{ konst.}; [x_0] = \text{cm}$$

$$[v_0] = \text{cm/s}$$

$$[a_0] = \text{cm/s}^2$$

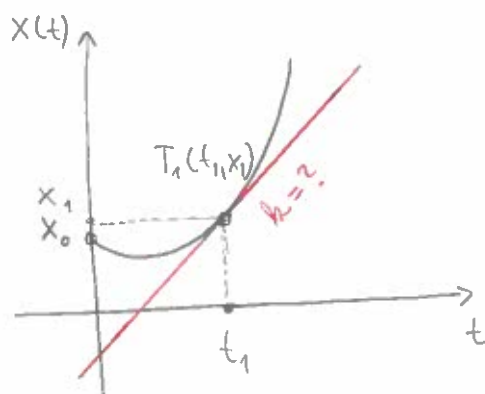
$$t=0: x(t=0) = x_0 \text{ (račtni odmik vorička od 0)}$$



račna klop nagnjena s + -stranjo navzdol,  $a_0 > 0$

$$v(t) = ?$$

• grafično:



• algebrajsko:

$$v = (x_0 + v_0 t + \frac{a_0}{2} t^2)$$

$$\stackrel{(1)}{=} (x_0 + \dot{x}_0 t) + (\frac{a_0}{2} t^2)$$

prejšnja  
stran

$$\stackrel{\rightarrow}{=} v_0 + (\frac{a_0}{2} t^2)$$

$$\stackrel{(2)}{=} v_0 + \frac{a_0}{2} (t^2)$$

$$\stackrel{(3)}{=} v_0 + \frac{a_0}{2} 2t^1$$

$$\stackrel{\rightarrow}{=} v_0 + a_0 t$$

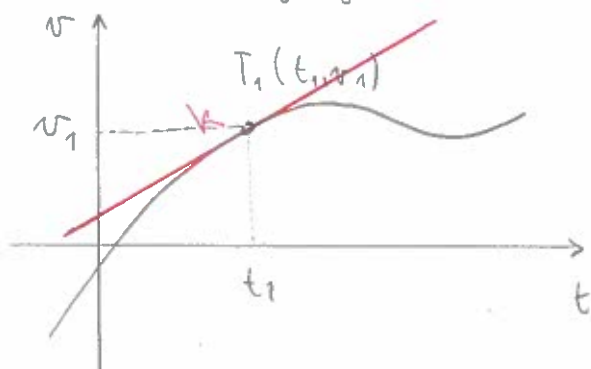
$$t=0 \Rightarrow v=v_0 \text{ (začetna hitrost)}$$

$$v = v_0 + a_0 t = v(t) (\neq \text{konst.}) \Rightarrow \text{gibalna } \underline{\underline{m}} \text{ enakomerna}$$

### (3) Pospešek telesa

• analogija z definicijo hitrosti

•  $v = v(t)$ ; graf  $v(t)$



Def: pospešek  $a(t_1)$  telesa

• smerni koeficient  $k$  tangente  
na krivuljo  $v(t)$  v točki  $T_1(t_1, v_1)$   
(grafično)

•  $a(t_1) \equiv \dot{v}(t_1)$  (algebrajsko)  
 $\equiv \ddot{x}(t_1)$

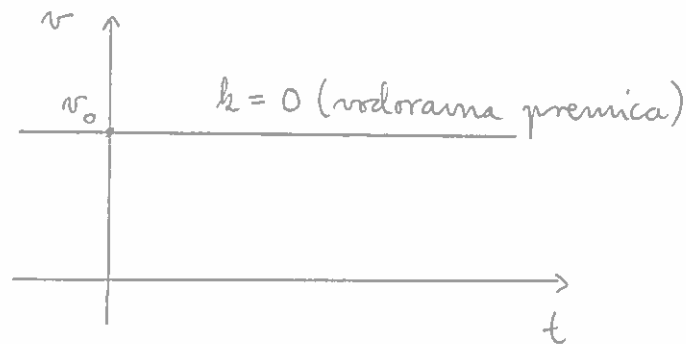
$$[a] = m/s^2$$

7

1. primer:  $v = v_0 = \text{const.}$  (preno-enalomeno gibanje)

$$a = ?$$

• grafično:



Tangenta na premico  $v(t)$  spet kar sama premica  $\Rightarrow$

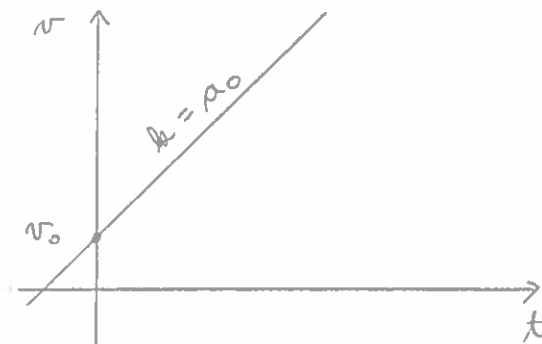
$$a = k = k = 0 \quad (\text{preno-enalomeno gibanje \u0177 neposredno})$$

• algebrajsko:

$$a = \dot{v} = (\dot{v}_0)^{(4)} = 0$$

2. primer:  $v = v_0 + a_0 t$ ;  $a = ?$

• grafi\u010dno:



Tangenta na premico  $v(t)$  premica sama  $\Rightarrow$

$$a = k = k = a_0 = \text{const.} \quad (\text{preno enalomeno - posredno gibanje})$$

• algebrajsko:  $a = \dot{(v_0 + a_0 t)}$

$$\stackrel{(1)}{=} \dot{v}_0 + (\dot{a_0 t})$$

$$\stackrel{(2),(4)}{=} a_0 \dot{t}$$

$$\stackrel{(5)}{=} a_0 \quad \checkmark$$

### 3. primer: navpični meti vseh vrst

8

Poskus: padanje peresa in plastične kroglice v vakuumu - telesi padata z enakim pospeškom

$\Rightarrow$  če značini upor lahko zanemarimo, vsa telesa v bližini zemeljske površine padajo z enakim pospeškom navpično navzdol (proti središču Zemlje)



$$y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{g t^2}{2} \quad (\text{premo enakomerno-pospešeno gibanje})$$

$y_0 = y(t=0)$  začetna višina

$v_0 = v(t=0)$  = začetna hitrost

$v_0 = 0$  : prosti pad

$v_0 > 0$  : navpični met navzgor

$v_0 < 0$  : ——— ——— navzdol

$$a = -g = \text{konst.} \quad (g \approx 10 \text{ m/s}^2)$$

$\uparrow$  v smeri navzdol (proti -)

$$\Rightarrow v = v_0 - gt$$

Meritev g: prosti pad kovinske kroglice

$$y_0 = 1 \text{ m}, v_0 = 0$$

$t_1 = 0,451 \text{ s}$  (meritev z elektronsko uro)

$$y(t_1) = 0$$

$$\Rightarrow 0 = y_0 - \frac{g t_1^2}{2} \Rightarrow y_0 = \frac{g t_1^2}{2} \Rightarrow g = \frac{2 y_0}{t_1^2} \approx 9,81 \text{ m/s}^2$$



#### 4. primer: premo sinusno nihanje

9

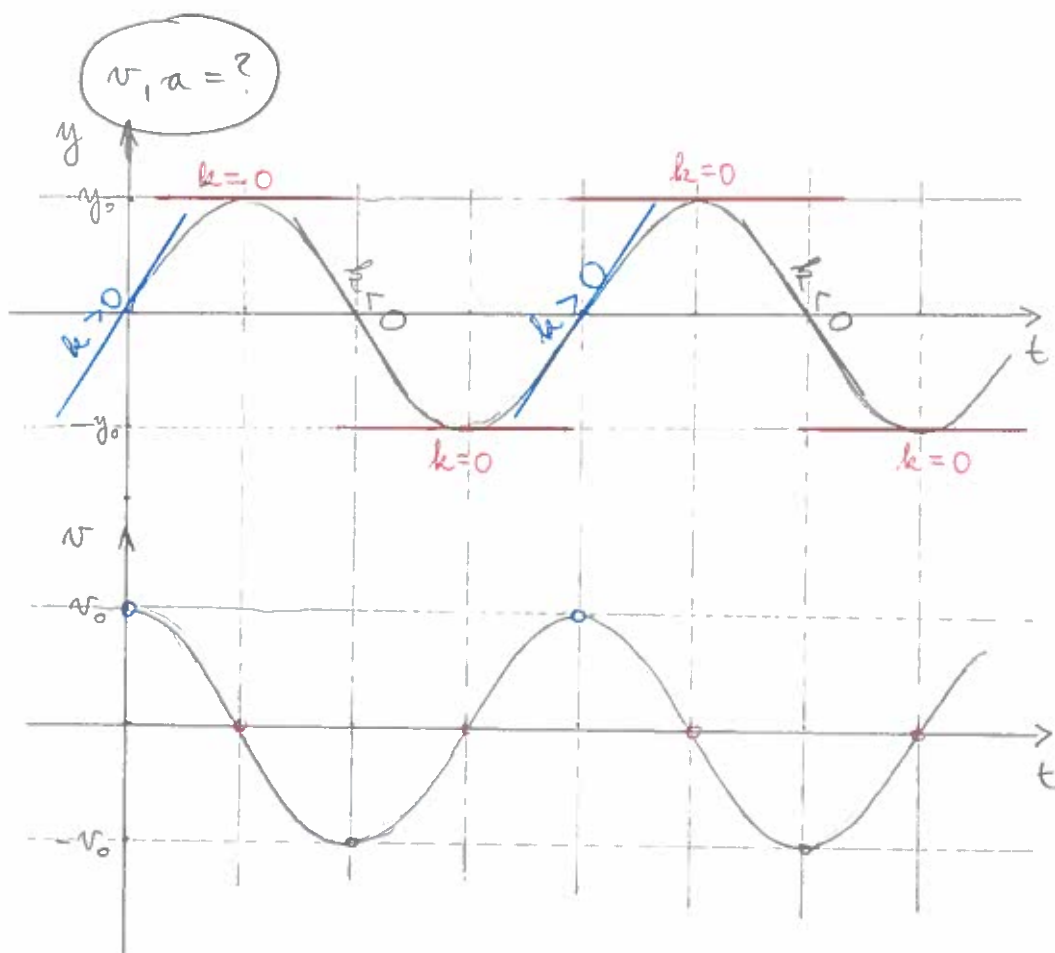
- utež obesimo na vijako vmet in jo umirimo, nato pa jo v navpični smeri sunemo iz ravnovesne lege, utež ravlja gor-dol-gor-dol (v navpični smeri)
- gibanje uteži: ponavljajoče (periodično)  $\Rightarrow y(t)$  periodična funkcija časa

$$y(t) = y_0 \sin(2\pi \nu t)$$

- $y_0 = \text{konst.}$ ,  $y_0 > 0$ ; amplituda nihanja (največja razdalja uteži od ravnovesne lege);  $[y_0] = \text{cm (m, mm, ...)}$
- $\nu$  = frekvenca nihanja (št. nihanj na časovno enoto)

$$[\nu] = \text{s}^{-1} = \text{Hz (herc)}$$

$$\nu = \frac{1}{t_0}; \quad t_0 = \text{nihajni čas (čas enega nihaja)}$$



$$v = v_0 \cos(2\pi\nu t)$$

$$; v_0 = 2\pi\nu y_0$$

tega ne moremo dobiti z  
"grafičnim" odrajanjem  
(dodatna pravila: odrajanje kotnih  
funkcij in povprečno odrajanje)

Podobno dobimo

$$a = -a_0 \sin(2\pi\nu t)$$

$$; a_0 = (2\pi\nu)^2 y_0$$

$v = v(t)$   
 $a = a(t)$  }  $\Rightarrow$  premo sinusno nihanje ni ne enakomerno  
ne enakomerno-pospešeno gibanje.

$$y = y_0 \sin(2\pi\nu t) \quad \{ \times (2\pi\nu)^2$$

$$a = -a_0 \sin(2\pi\nu t)$$

$$\Rightarrow (2\pi\nu)^2 y = (2\pi\nu)^2 y_0 \sin(2\pi\nu t)$$

$$\Rightarrow \ddot{y} = -(2\pi\nu)^2 \sin(2\pi\nu t)$$

$$\boxed{\ddot{y} + \underbrace{(2\pi\nu)^2}_{c = \text{konst.}} y = 0} \quad \text{enaka nihanja}$$

• rešitev  $y = y_0 \sin(2\pi\nu t)$

$$v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{c}$$

Komentarji: (1) predznak  $x, v, a$  - smer ( $v$  3D:  $x, v, a \rightarrow \vec{r}, \vec{v}, \vec{a}$   
vektori)

(2)  $x, v, a$ : lastnosti telesa (polžaj, hitrost in pospešek telesa);  
podobno tudi m

## Dinamika (sile)

Kvalitativno:  $F$  količina, ki opisuje vpliv sile na opazovano telo  
(ne lastnosti telesa, kot npr.  $x, v, a$  in  $m$ )

Podobno, kot v kinematiki, se bomo tudi pri silah do nadaljnjega osredotočili na tiste, ki kažejo vzdolž (vzporedno ali nasprotno vzporedno) smeri premega gibanja.

Kvantitativno: sile vpeljemo s tremi Newtonovimi zakoni

- (1) Če na telo ne deluje nobena sila, telo miruje ali pa se giblje premo enakomerno.

$$F = 0 \Leftrightarrow a = 0$$

- (2) Pospešek telesa  $a$  je sorazmeren s (skupno) silo  $F$  (sile) na opazovano telo in ima smer sile; sorazmernostni koeficient je masa  $m$  telesa.

$$F = ma$$

- (3) Dokažimo, da imamo 2 telesi. Če prvo telo vpliva na drugega z neko silo,  $F_{1 \rightarrow 2}$ , potem drugi vpliva na prvega z nasprotno-enako silo  $F_{2 \rightarrow 1}$ .

$$F_{2 \rightarrow 1} = -F_{1 \rightarrow 2}$$

1. 2. Newtonovega zakona razberemo enoto za silo:

$$\boxed{[F] = [m][a] = \text{kg m/s}^2 = \text{N} \text{ (njuta)}}$$

Komentarji: a) predznak  $F$  ( $\vec{F}$ ) - smer sile (tudi sile v ravnini, v 3D, vektor  $\vec{F}$ ; 2. Newt. zakon  $\vec{F} = m\vec{a}$ )

b) konceptualno veliki korak: premo enakomerno gibanje ( $v = \text{konst.} \neq 0$ )  $\Leftrightarrow F = 0$

c) Newtonovi zakoni zruva (precej bolj natančno) naslednje leto pri MOF

Primer:  $F = \text{konst.}$  ( $F \neq F(t)$ )  $\Leftrightarrow$  v skladu z 2. Newtonovim zakonom  $a = \frac{F}{m} = \text{konst.}$  (premo enakomerno-pospešeno gibanje)

V nadaljevanju si bomo ogledali nekaj primerov sil.

Sila teže

Spomnimo se: če računski upor lahko zanemarimo, vsa telesa padajo navpično navzdol s pospeškom  $a = -g$

Pospešek je posledica sile teže  $F_g$ , s katero Zemlja deluje na bližnja telesa. V skladu z 2. Newtonovim zakonom:

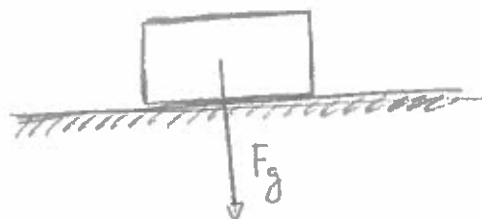
$$\boxed{F_g = -mg}$$

↑  
smer navzdol

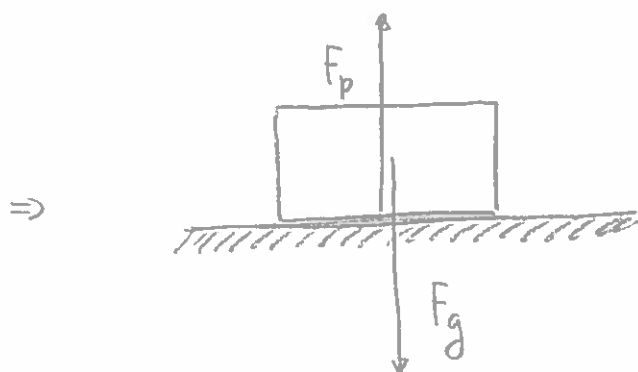
Primer :  $m = 70 \text{ kg} \Rightarrow |F_g| = |-mg| = mg \approx 70 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 700 \text{ N}$

### Sila podlage

Telo max in miruje na vodoravni podlagi ( $v = 0 = \text{konst.} \Rightarrow a = 0$ )



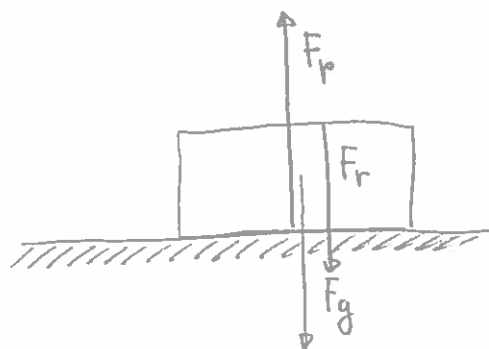
$F_g = -mg$  ne more biti edina sila, ki deluje na opazovano telo : v skladu s 1. Newtonovim zakonom mora biti skupna sila (vsota vseh sil) na opazovano telo enaka 0.



$F_p$ : sila podlage na opazovano telo (preprečuje, da bi se telo pognalo v podlago).

1. Newtonov zakon :  $F_g + F_p = 0 \Rightarrow F_p = -F_g = -(-mg) = mg > 0$   
(kaže navzgor)

Primer: kolikšna je sila podlage na telo mase  $m$ , ki miruje na vodoravni podlagi in ki ga s silo  $F_r$  pritiskamo navpično navzdol?



$F_r < 0$  (navzdol)

1. Newtonov zakon:  $F_g + F_r + F_p = 0$

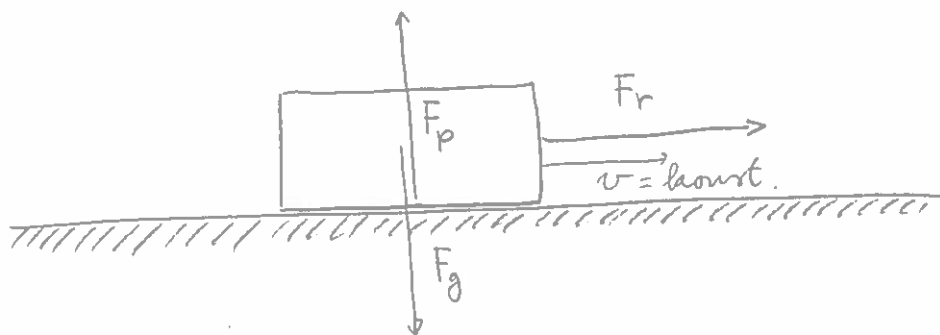
$$\Rightarrow F_p = -F_g - F_r = -(F_g + F_r)$$

Npr:  $m = 1 \text{ kg} \Rightarrow F_g \approx -10 \text{ N}$  }  $\Rightarrow \underline{\underline{F_p = 15 \text{ N}}}$

$F_r \approx -5 \text{ N}$

### Sila trenja

Telo s konstantno silo  $F_r$  vlečemo s konstantno hitrostjo v ravni črti po vodoravni podlagi.

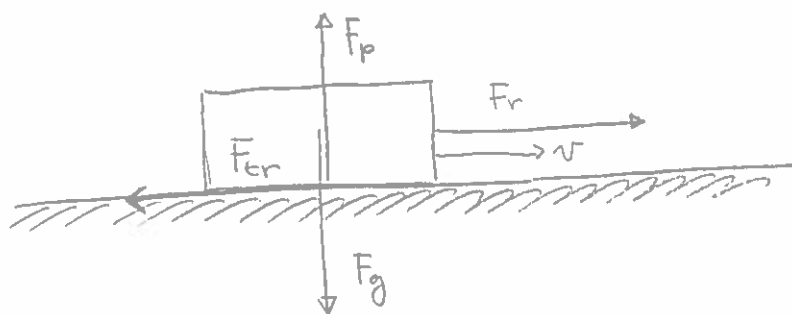


• v navpični smeri ( $y$ ):  $v = 0$ ,  $F = F_g + F_p = 0$  ✓

• v vodoravni smeri ( $x$ ):  $F = F_r > 0$ ,  $v = \text{konst.}$  ( $a = 0$ ; premo-enakomerno gibanje),

kar mi v skladu s 1. Newtonovim zakonom

$\Rightarrow$  dodatna sila  $F_{tr}$ : sila trenja med telesom in podlago



Velikost  $|F_{tr}|$  sile  $F_{tr}$  je sorazmerna z velikostjo  $|F_p|$  sile  $F_p$ :

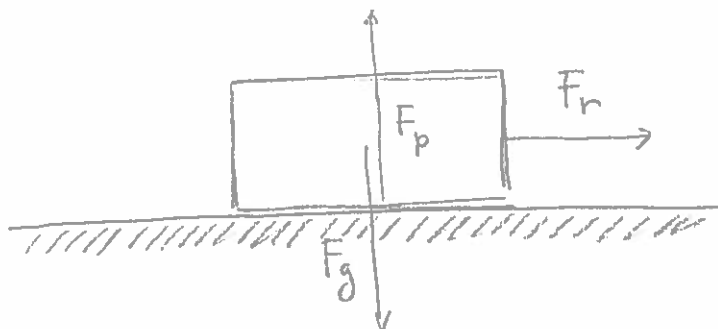
$$\boxed{|F_{tr}| = k_{tr} |F_p|} ; k_{tr} = \text{koeficient trenja med telesom in podlago (odvisen od stičnih ploskev)}$$

$$[k_{tr}] = /$$

Smer  $F_{tr}$  je nasprotna smeri hitrosti  $v$  telesa (sila trenja vedno zavira).

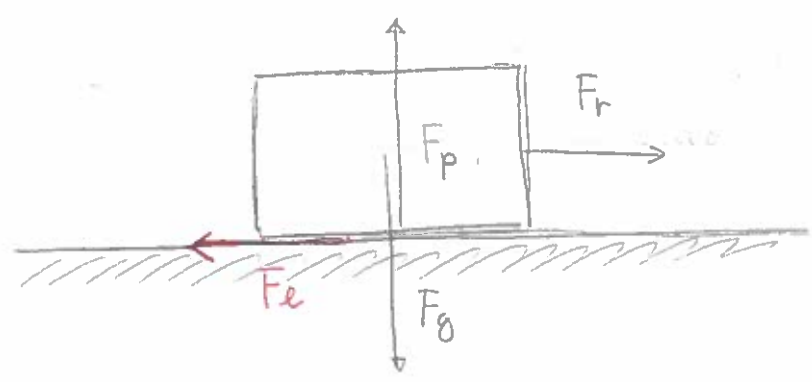
### Sila lepenja

Podobno, kot v predhodnem primeru, le da telo miruje:



- v vodoravni smeri (x):  $F = F_r > 0$ ,  $v = 0 = \text{konst.} \Rightarrow a = 0$ , kar spet mi v skladu s 1. Newt. zakonom

$\Rightarrow$  dodatna sila  $F_e$ : sila lepenja med telesom in podlago



V vodoravni smeri:  $F = F_r + F_e = 0 \Rightarrow F_e = -F_r$

- smer  $F_e$  nasprotna smeri  $F_r$ , ki hoče premakniti telo.

- $|F_e| = |F_r|$

- $|F_e| \leq |F_e|^{\max}$ : ko silo  $F_r$  povečujemo, se telo prej ali slej premakne  $\Rightarrow |F_e| < |F_r|$  ( $F_e \rightarrow F_{tr}$ )

- $|F_e|^{\max} \propto |F_p|$ ;  $|F_e|^{\max} = k_e |F_p|$

$k_e$  = koeficient lepenja

$[k_e] = /$

$k_e \gtrsim k_{tr}$

Komentar: telo miruje  $\Rightarrow$  prijemališče  $F_e$  se ne premika  
(pomembno glede dela  $A_e$  sile lepenja  $F_e$ ;  
glej opodaj)



Od zadnjih predavanj se spominjamo:

PREDAVANJA: SREDA, 11.3.2020, ob 8-9

- $m, v, a$ : količine (lastnosti) opazovanega telesa
- $F$ : količina podaja vpliv okolice (okoljskih teles) na opazovano telo (da se giblje, tako kot se)

Kvantitativno  $F$  opeljimo s 3 Newtonovimi zakoni:

- ①  $F = 0 \Leftrightarrow a = 0$  ( $v = \text{const.}$ )
- ②  $F \equiv ma$  (definičija skupne sile  $F$  okolice na opazovano telo)
- ③  $F_{21} = -F_{12}$  ( $F_{12}$ : sila 1. telesa na 2. telo  
 $F_{21}$ : -11- 2. -11- -11- 1. telo)

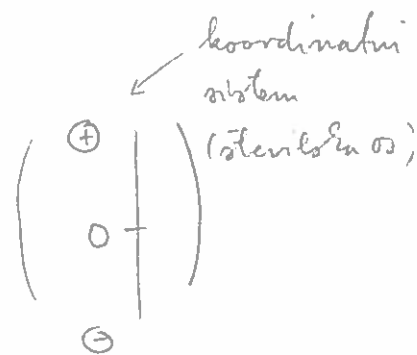
Primeri sil:

a)  $F_g = -mg_0$  ;  $g_0 \approx 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\downarrow$ : smer navzdol

b)  $F_p$

c)  $F_e$

d)  $F_{tr}$



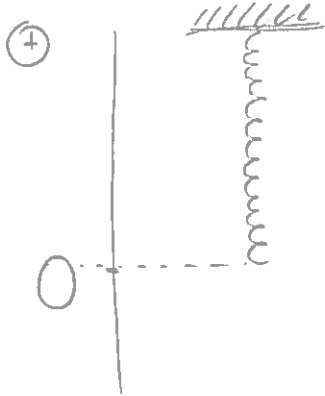
Danes:

- sila vzmeti (Hookov zakon)
- sile pri premenem sinusnem nihanju
- dodatni komentar 2. Newtonovega zakona

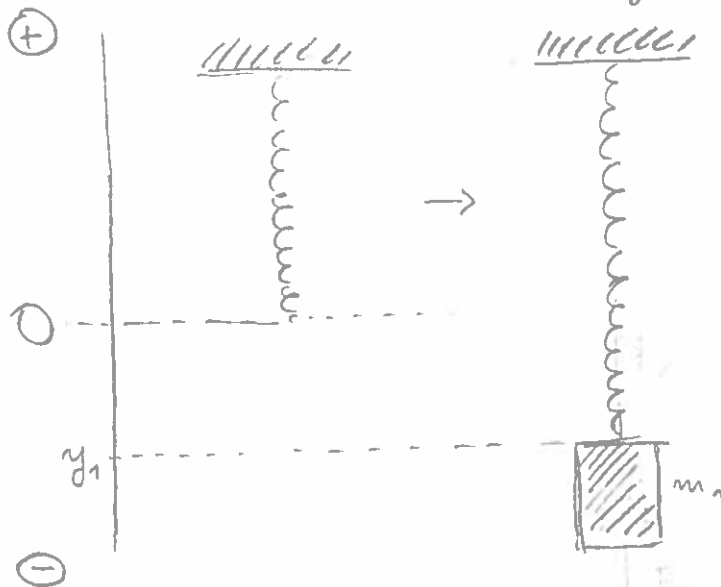
## Sila vzmeti (Hooke zakon)

(2)

Vijačino vzmet obesimo za en prosti konec. Izvolimo koordinatnega sistema (točka 0 najpogosteje številsko osi) naj sovpada + drugimi prostim koncem:



Za prosti konec obesimo utež mase  $m_1$  in jo umirimo: vzmet se ustegne za  $y_1$  ( $y_1$  = položaj konca vzmeti, na katerem visi utež):



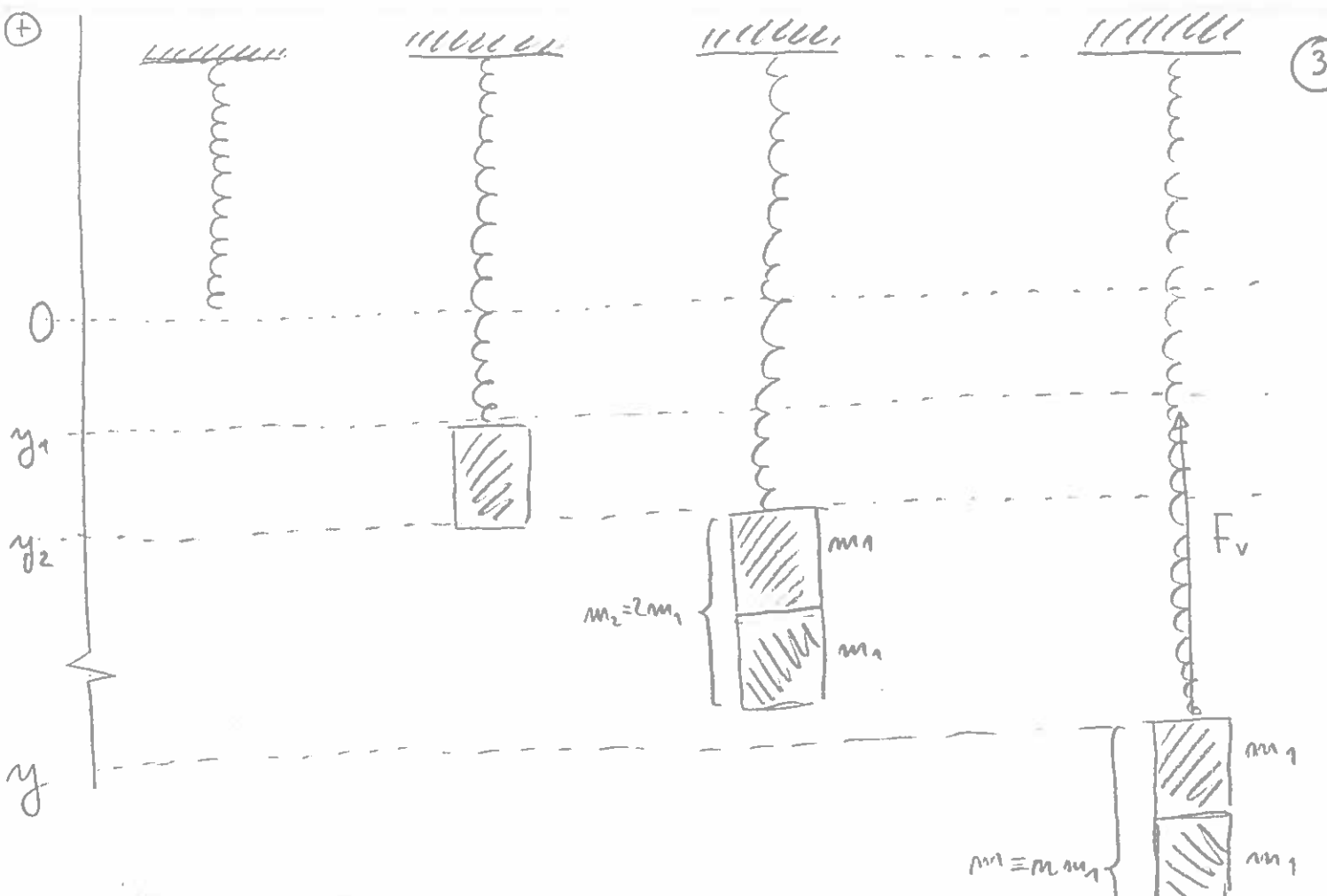
•  $y_1 < 0$  (o negativni smeri)!

Podobno ponavljamo, pri čemer dodajamo (povečujemo skupno maso) uteži; vsakič zabeležimo položaj konca vzmeti, na katerem visi utež

$$m_2 = 2m_1 \Rightarrow y_2$$

$$m_3 = 3m_1 \Rightarrow y_3$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \Rightarrow \vdots$$



•  $y_1, y_2, \dots, y < 0$

Če ne pretiravamo (če na vzmet ne obesimo določeno količino, ki bi vzmet dokončno raztegnila ali raztrgala), moretve pokažejo, da je raztezek sorazmeren s skupno maso uteži:

$$y_2 = 2y_1$$

$$y_3 = 3y_1$$

$y = ny_1$

(1)

Poglejmo si, kako je s silami v primeru, ko je skupna masa vmeti  $m = nm_1$  in je polnraj žrnca vmeti, na katerem visijo uteži,  $y = ny_1$ :

• uteži mirujejo  $\Rightarrow v = 0 = \dot{x}_{m1} \Rightarrow a = \dot{v} = \ddot{x} = 0 \Rightarrow$  v skladu s 1. Newtonovim zakonom  $F = 0$  ( $F$  je skupna sila (vsota vseh sil) okolice na verižgo  $n$ -tih uteži)

# Sile pri premem sinusnem nihanju

Spominimo se: utež, ki visi na vijaki vneti, nihanemu iz ravnovesne lege v navpični smeri  $\Rightarrow$  utež nihanca:

$$y = y_0 \sin(2\pi \nu t) \quad ; \quad \nu = \frac{1}{T_0}$$

$$v = v_0 \cos(2\pi \nu t) \quad ; \quad v_0 = 2\pi \nu x_0$$

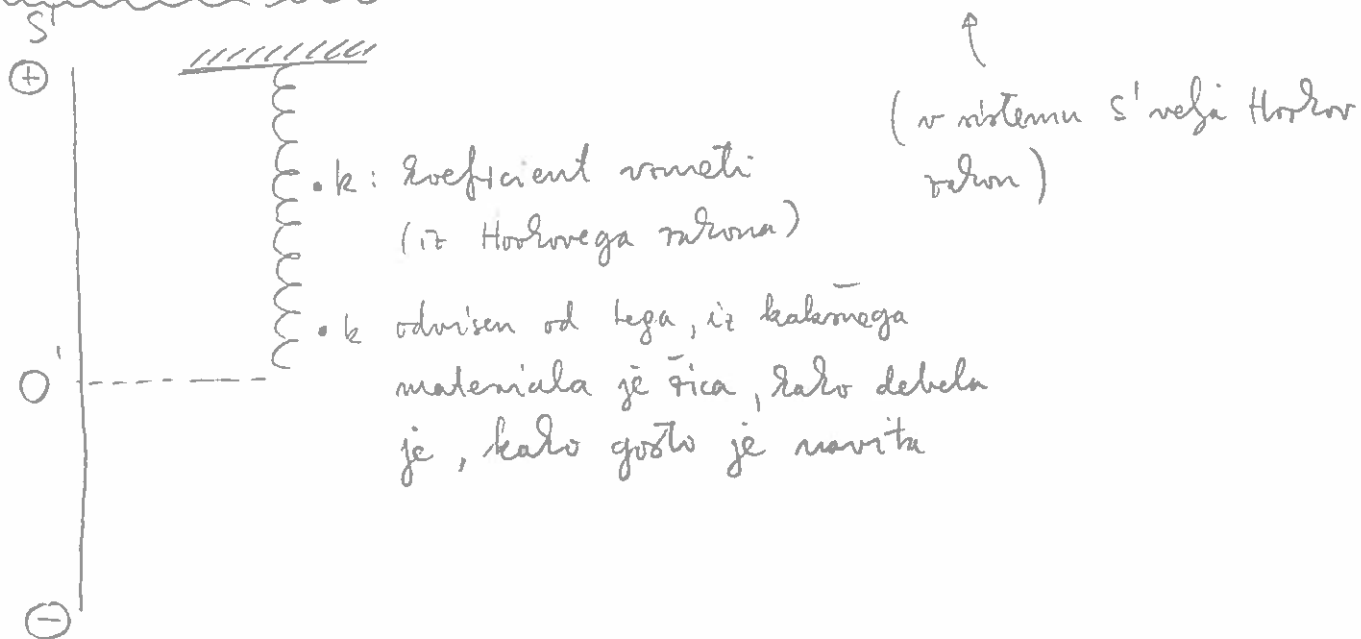
$$a = -a_0 \sin(2\pi \nu t) \quad ; \quad a_0 = (2\pi \nu)^2 x_0$$

$y$ : položaj (voha) uteži;  $a \equiv \ddot{y}$ ;  $y_0 > 0$ : maksimalni odmik od ravnovesne lege (amplituda)

• enačba nihanja:  $\ddot{y} + (2\pi \nu)^2 y = 0$

zakaj nihanca? kakšen je vpliv okolice (katere sile delujejo) nanjo?

Začnimo z vnetjo, ki jo obesimo na en konec. Koordinatni sistem (navpično število  $s$  o  $S'$ ) postavimo tako, da njegovo izhodišče  $O'$  sovpada z drugim prostim koncem vneti



Na prosti konec vneti obesimo utež m in jo umirimo ter določimo položaj  $y_1$  konca vneti (voha uteži)

- $F_g = -mg_0 = -mm_1g_0$

- $F_v$ : sila vzmeti na uteži

- $F = F_g + F_v = 0 \Rightarrow \boxed{F_v = -F_g = -(-mm_1g_0) = mm_1g_0} \dots \dots \dots (2)$

Komentar :  $F_v > 0$  (kate v smeri navzgor)

Enačbo (2) delimo z enačbo (1) (levo stran enačbe (2) delimo z levo stranjo enačbe (1), desno stran enačbe (2) delimo z desno stranjo enačbe (1), in obdržimo enačbo):

$$\boxed{\frac{F_v}{y} = \frac{mm_1g_0}{m y_1} = \frac{m_1g_0}{y_1}} \dots \dots \dots (3)$$

Ker  $y_1 < 0$ ,  $m_1 > 0$ ,  $g_0 > 0$  ( $\approx 10 \text{ m/s}^2$ )  $\Rightarrow \frac{m_1g_0}{y_1} < 0$ .

Definiramo konstanto vzmeti :  $\boxed{k \equiv -\frac{m_1g_0}{y_1}}$

- $[k] = \frac{\text{kg m/s}^2}{\text{m}} = \frac{\text{N}}{\text{m}}$

- $\boxed{k > 0}$

Z novo-definirano konstanto vzmeti z enačbo (3) prepiše v

$$\frac{F_v}{y} = -k$$

oziroma

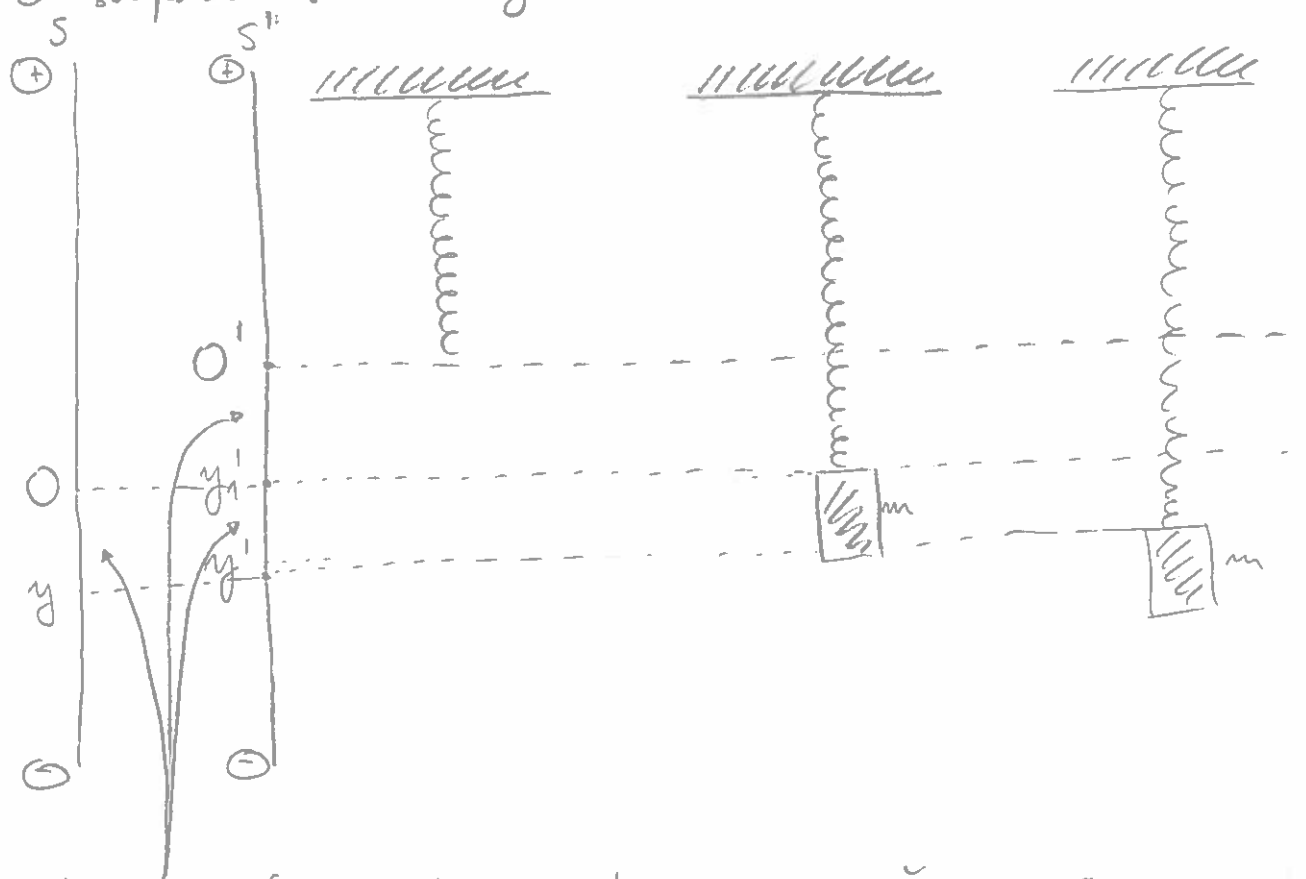
$$\boxed{F_v = -ky} \quad \text{Hookeov zakon}$$

—: vzmet sili v prvotno (neraztegnjeno) lego (ko je  $y = 0$ )

Povzet: Hookeov zakon velja v sistemu katerega izhodišče 0 ustreza s koncem neraztegnjene vzmeti.

Na zrcalu se skupaj opisišmo še iz sistema  $S$ , katerega izhodišče  $(7)$

$O$  sovpada s točko  $y_1'$  sistema  $S'$ :



Očitno velja:  $y' = y + y_1' \Rightarrow$  iz enačbe (2):

$$\begin{aligned} F &= -mg_0 - k(y + y_1') \\ &= -mg_0 - ky - ky_1' \end{aligned}$$

Iz enačbe (1):

$$\begin{aligned} F &= -mg_0 - ky - k\left(-\frac{mg_0}{k}\right) \\ &= -mg_0 - ky + mg_0 \\ &= -ky \end{aligned}$$

(3)

Zapišimo v sistemu  $S$  2. Newtonov zakon na utež:

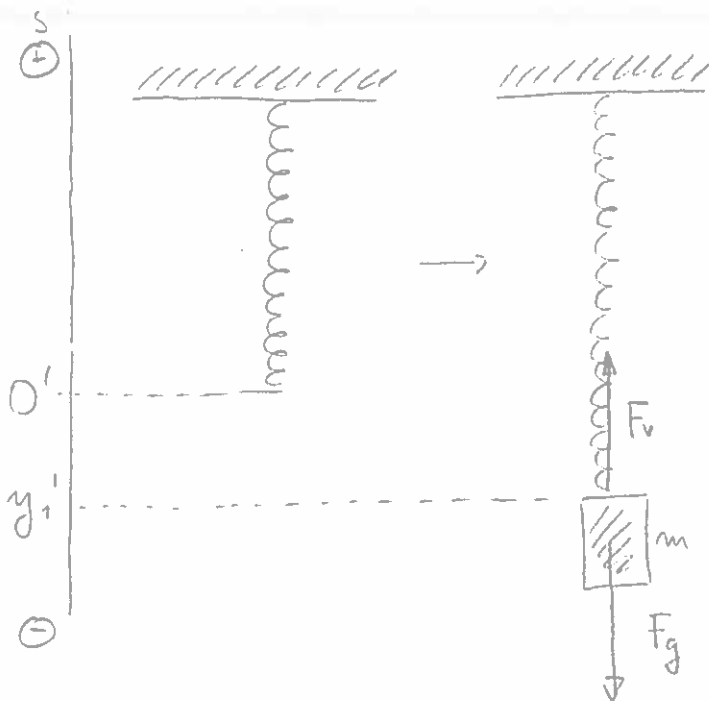
$$F = ma$$

$$\Rightarrow -ky = ma$$

$$\Rightarrow ma + ky = 0 \quad \{ : m$$

$$\boxed{\ddot{y} + \frac{k}{m}y = 0} ; \ddot{y} = a ; \text{ enačba nihanja (!?)}$$

(6)



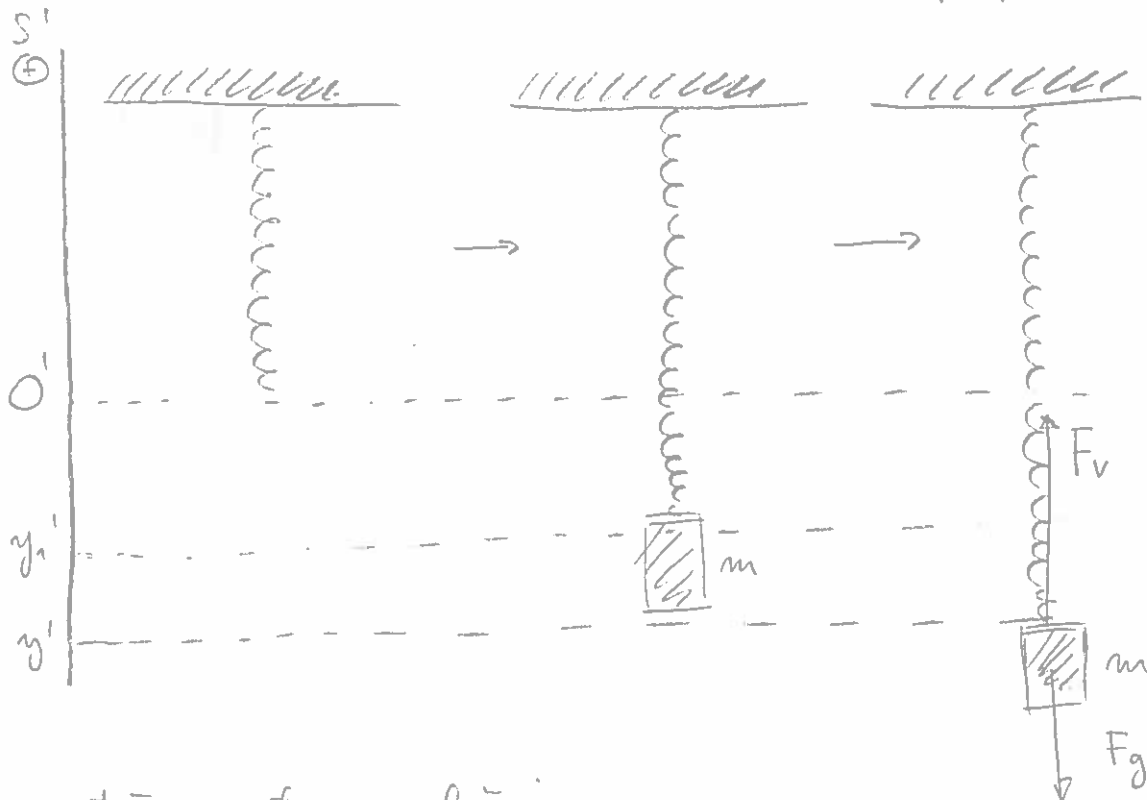
- $y_1' < 0$
- utež (mehur) miruje  
v tej legi  $\Rightarrow F = 0$  (1. Newton)
- $F_g = -mg_0$
- $F_v = -ky_1'$  (Hookov zakon)
- $F = F_g + F_v = 0$

$$\Rightarrow F_v = -F_g$$

$$-ky_1' = -(-mg_0) = mg_0$$

$$\boxed{y_1' = -\frac{mg_0}{k}} \quad \dots (1)$$

Zmaksimo sedaj utež iz ravnovesne lege, tako da je položaj  
voha vneti (konca vneti, na katerem je pripeta utež),  $y'$ :



Sile na utež v tem položaju:

$$\left. \begin{array}{l} \bullet F_g = -mg_0 \\ \bullet F_v = -ky' \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{F = F_g + F_v = -mg_0 - ky'} \quad \dots (2)$$

(V splošnem  $F \neq 0$ , saj izmaknjen utež ne  
miruje, ampak oscilira)

$$\Rightarrow y = y_0 \sin(2\pi \nu t)$$

$$\Rightarrow 2\pi \nu = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ ali } t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

8  
Iz primerjave z enačbami na volnu strani 5

- nile na utež vs določajo, da utež nihla (z giblje tako, kot se)
- poznamo maso  $m$  uteži in konstanto (koeficient)  $k$  vzmeti  
 $\Rightarrow$  lahko napovemo nihajni čas (čas enega nihaja) uteži,  
 $t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$  in to nato preverimo & merimo.

## Komentar 2. Newtonovega zakona s statistično sadružnega primera

2. N. zakon:  $F = ma$  in ne  $F = mv$ . Z drugimi besedami:  
Trenutna hitrost  $v$  je lahko 0, pa sta propešča in s tem  
 sila  $F$  še vedno različna od 0 !!!

Predhodni primer (navpično sinusno nihanje):

$$y = y_0 \sin(2\pi \nu t)$$

$$-1 \leq \sin(2\pi \nu t) \leq 1 \quad \left\{ \Rightarrow \begin{aligned} y_{\max} &= y_0 & (\sin(2\pi \nu t_1) = 1 \Rightarrow 2\pi \nu t_1 = \frac{\pi}{2}) \\ y_{\min} &= -y_0 & (\sin(2\pi \nu t_2) = -1 \Rightarrow 2\pi \nu t_2 = \frac{3\pi}{2}) \end{aligned} \right.$$

↗ skrajna zgornja lega  
↘ skrajna spodnja lega

$$\Rightarrow v(t_1) = v_0 \cos(2\pi \nu t_1) = v_0 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow v(t_2) = v_0 \cos(2\pi \nu t_2) = v_0 \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$$

} hitrost  $v$  obah skrajnih legah je 0!

$$\Rightarrow a(t_1) = -a_0 \sin(2\pi \nu t_1) = -a_0 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -a_0$$

: v zgornji skrajni legi propešča kaže navzdol

$$\Rightarrow a(t_2) = -a_0 \sin(2\pi \nu t_2) = -a_0 \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = +a_0$$

: v spodnji skrajni legi propešča kaže navzgor

$a(t_1), a(t_2) \neq 0$ , kljub temu, da je  $v(t_1) = v(t_2) = 0$



Podobno je s silo: iz enačbe (3) prejšnjega podproglanja sledi, <sup>(9)</sup>  
da sta sili v skrajni legah

$$F(t_1) = -8y_0 \quad (\text{skrajna zgornja lega; smer navzdol})$$

$$F(t_2) = +8y_0 \quad (\text{skrajna spodnja lega; smer navzgor})$$

Enaž rezultat dobimo, če  $F(t_1)$  in  $F(t_2)$  izračunamo preko 2. Newton. zak.

$$F(t_1) = ma(t_1) = m(-a_0) = -ma_0 = -m(2\pi v)^2 y_0 = -m \frac{k}{m} y_0 = -8y_0,$$

$$F(t_2) = ma(t_2) = m a_0 = m(2\pi v)^2 y_0 = m \frac{k}{m} y_0 = 8y_0.$$

## Delo, moč in energija

①

Količine, ki smo jih do sedaj obravnavali, lahko kvalitativno razdelimo na

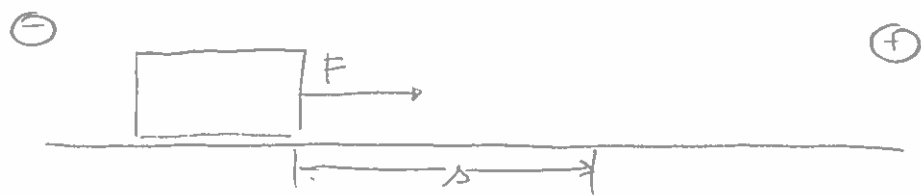
- a) količine, ki opisujejo lastnosti opazovanega telesa ( $m, v, a$ )
- b) količine, ki opisujejo vpliv sile na opazovano telo ( $F$ )

Danes bomo obema skupinama (a) in b)) dodali nove količine.

Pri tem se bomo, kot do sedaj, omejili na:

- 1D svet (vsi premiki in sile vedno ene same ravne črte)
- točkasta telesa
- konstantne sile ( $F \neq F(t)$ )

Zamislimo si torej telo, ki ga s konstantno silo  $F$  v vodoravni smeri vlečemo po vodoravni podlagi



Naj se pri tem prijemalnice sile premakne za  $s$  (v primeru točkastih teles je premik prijemalnice sile v splošnem enak premiku telesa)

Definiramo delo  $A$ , ki ga sila pri tem opravi, kot

$$\boxed{A \equiv Fs} \quad [A] = \text{Nm} = \text{J} \text{ (joule)} ; \text{J} = \text{kgm}^2/\text{s}^2$$

- $A$  torej količina, ki opisuje vpliv sile na opazovano telo

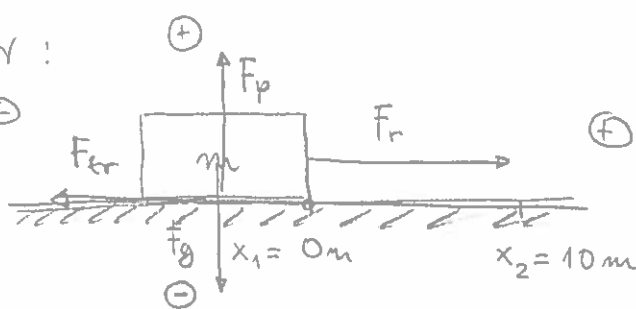
0 predznak A:

- predznak  $F$  in  $s$  odvisen od smeri (v 3D svetu sta  $F$  in  $s$  vektorja,  $\vec{F}$  in  $\vec{s}$ )
- $A = F s = \begin{cases} > 0 ; F > 0 \text{ in } s > 0 \text{ ali } F < 0 \text{ in } s < 0 \text{ (F in s v isto smer)} \\ < 0 ; F > 0 \text{ in } s < 0 \text{ ali } F < 0 \text{ in } s > 0 \text{ (F in s v nasprotni smeri)} \end{cases}$
- vendar pa predznak A ne podaja smeri A (dela ne opravimo v levo ali v desno; tudi v 3D svetu A ni vektor, ampak skalar):

$A > 0$ : telo, na katerega deluje sila  $F$ , delo te sile prejme

$A < 0$ : telo delo odda

Primer:



- sila roke  $F_r = 10 \text{ N}$

Premik:  $s = x_2 - x_1 = 10 \text{ m}$  ( $> 0 \Rightarrow v \oplus$  smer)

- $m = 5 \text{ kg}$

$\Rightarrow$  Delo sile roke  $A_r = F_r \cdot s = 100 \text{ J}$

- $k_{tr} = 0.1$

V smeri  $y$ :  $F_g$  in  $F_p$ ;  $F_g + F_p = 0$  (telo v navpični smeri miruje)

$$\Rightarrow F_p = -F_g = -(-mg_0) = mg_0 \approx 50 \text{ N}$$

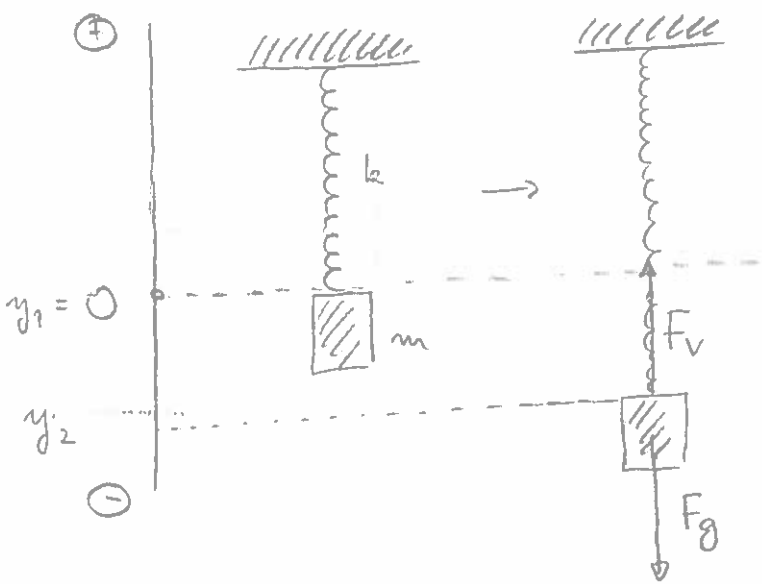
$\Rightarrow$  V vodoravni smeri deluje še ena sila:  $F_{tr}$

- $F_{tr} < 0$  (nasprotuj premikanju, kaže v nasprotno smer, kot  $s$ )
- $|F_{tr}| = |F_p| k_{tr} = mg_0 k_{tr} = 5 \text{ N}$

$$\Rightarrow F_{tr} = -5 \text{ N} \Rightarrow A_{tr} = F_{tr} s = (-5 \text{ N}) \cdot 10 \text{ m} = -50 \text{ J}$$

Sili v navpični smeri ne opravita nobenega dela, saj se telo (prijemališče sil se v navpični smeri ne premakne)

Primer: Vmet s koeficientom  $100 \frac{N}{m}$  z enim koncem obesimo na strop, na drugi konec vmeti pa obesimo utež mase  $0,5 \text{ kg}$ . Utež pridržimo in jo počasi spustimo do ravnovesne lege, kjer obmiruje. Kolikšno delo pri tem opravita sila teže in sila vmeti?



- v končnem stanju utež miruje  
 $\Rightarrow F=0$  (vsota vseh sil na utež)
- $F_g = -mg_0$
- $F_v = -ky_2$  (Hookov zakon)
- $F = F_g + F_v = 0 \Rightarrow F_v = -F_g$   
 $\Rightarrow -ky_2 = -(-mg_0) = mg_0$   
 $\Rightarrow y_2 = -\frac{mg_0}{k} \approx -5 \text{ cm}$

•  $A_g: F_g = -mg_0 = \text{konstantna ves čas spuščanja uteži (prijemališča } F_g)$   
 $\Rightarrow A_g = F_g s = F_g (y_2 - y_1) = F_g y_2 = (-mg_0) y_2 = (-5 \text{ N})(-5 \text{ cm}) = \underline{\underline{0,25 \text{ J}}}$

$$A_g = F_g (y_2 - y_1) = -mg_0 (y_2 - y_1) = -(mg y_2 - mg y_1)$$

Delo  $A_g$  je odvisno samo od začetne višine  $y_1$  in končne višine  $y_2$  prijemališča sile (položaja telesa); neodvisno od tega, ali smo utež iz začetne lege spustili naravnost v ravnovesno lego, ali pa smo mes pustili, da je nekaj časa zamihala

Sili, katere delo je odvisno samo od začetne in končne lege ...

... njenege prijemaljšča, večmo konsermativna.  $F_g$  je torej konsermativna sila.

- $A_v$ :  $F_v = -ky$ ; ker se  $y$  iz začne lege do končne lege uteti (prijemaljšča  $F_v$ ) spreminja, tudi  $F_v$  ni konstantna  $\Rightarrow$  definicija dela, ki je predpostavlja konstantno silo, odpove!

$$\Rightarrow \boxed{A_v = -\frac{1}{2} k (y_2^2 - y_1^2) = -\left(\frac{1}{2} k y_2^2 - \frac{1}{2} k y_1^2\right)}$$
 : letos brez dokaza; (drugo leto pri MOF)

$$\begin{aligned} \Rightarrow A_v &= -\frac{1}{2} k y_2^2 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{100 \text{ N}}{\text{m}} \cdot (5 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 = -\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \text{ Nm} \\ &= -\frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 10^{-2} \text{ J} = -\underline{\underline{0.125 \text{ J}}} \end{aligned}$$

- $F_v$  tudi konsermativna (njeno delo je odvisno le od začetnega in končnega raztezka,  $y_1$  in  $y_2$ , ne pa tudi od tega, kako se je vnet vmes raztezala in/ali krčila)

Poleg dela  $A$  sile  $F$ , definirajmo še eno količino, ki opisuje vpliv okolice na opazovano telo, in sicer moč  $P$  sile  $F$ :

- naj bo  $A$  delo sile  $F$ ; moč  $P$  pove, koliko dela sila opravi na enoto časa (o. kako hitro sila opravlja delo):

$$\boxed{P \equiv \frac{dA}{dt} (\equiv \dot{A})} ; [P] = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-3} = \text{W (vat)}$$

V deviru našli mežiter (privzetkov), ho je

$$A \equiv F \cdot s, \quad F = \text{konst.}$$

je, v skladu z definicijo  $P$ ,

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{d}{dt}(Fs) = F \frac{ds}{dt}$$

in je  $\frac{ds}{dt}$  hitrost v prijemalisci sile (premiš prijemalisci sile na časovno enoto)

$$\Rightarrow \boxed{P = Fv}$$

Tudi moč je lahko pozitivna ali negativna, odvisno od tega, ali sila in hitrost kažeta v isto ali v nasprotno smer. Podobno, kot pri delu, pa tudi pri moči predznak ni povezan s smerjo (tudi moč je skalar in nima smeri), njen predznak nam pove le, ali telo delo trenutno prejima (+) ali oddaja (-).

V naslovu podpoglavja je že ena fizikalna količina, in sicer energija. Energij je več vrst, vse pa opisujejo lastnosti opazovanega telesa (sistema opazovanih teles, kadar jih opazujemo več hkrati). Prva energija, ki jo bomo vpeljali, je kinetična energija  $W_k$  (energija, ki jo ima telo zaradi gibanja):

$m = \text{masa telesa}$   
 $v = \text{njegova hitrost}$  } obe količini opisujeta lastnosti telesa

⑥

$$W_k \equiv \frac{1}{2} m v^2$$

$$[W_k] = \text{kg m}^2/\text{s}^2 = \text{J}$$

$$W_k > 0 \Rightarrow \text{očitno skalar}$$

} oboje enako, kot pri A

• historena razlika med  $W_k$  in A:  $W_k$  lastnost telesa, A vpliv okolice na opazovano telo.

(ker je, po definiciji, kombinacija količin, ki opisujejo lastnosti opazovanega telesa)

• narlog za faktor  $\frac{1}{2}$  v definiciji  $W_k$  bo očitno v nadaljevanju

Torej, A in  $W_k$  sta podobni fizikalni količini (ne pa tudi identični), in med njima obstaja formalna povezava, ki ji rečemo Yezek o  $W_k$ :

$$A = \Delta W_k = W_k' - W_k = \frac{1}{2} m v'^2 - \frac{1}{2} m v^2$$

A: delo sile F (skupne sile ali rezultante vseh sil, ki delujejo na telo)

$\Delta W_k$ : sprememba kinetične energije opazovanega telesa

$W_k'$ : kin. energija telesa po prejemu/oddanem delu (končna)

$W_k$ : — — — — — pred prijeto/oddanim delom (začetna)

$v'$ : končna hitrost telesa

$v$ : začetna — — — — —

2 besedni: kinetična energija telesa se spremeni za toliko, kolikor delo telo prejme/odda

Dohaz: spomnimo se naših omejitev (privzetkov):

- $F = \text{konst.}$
- 1D

Iz 2. Newtonovega zakona sledi, da je pri konstantni  $F$  tudi pospešek  $a$  telesa, na katerega deluje sila  $F$ , konstanten:

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \text{konst.} = a_0.$$

Premo gibanje s konstantnim pospeškom je premo enakomerno-pospešno gibanje, pri katerem se položaj in hitrost telesa takole spreminjata s časom (spomni se podpoglavja o kinematsiki premega gibanja)

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| $x' = x + vt + \frac{a_0 t^2}{2}$ | (1) |
| $v' = v + a_0 t$                  | (2) |

$x'$ : končni položaj telesa

$x$ : začetni položaj telesa

$v'$ : končna hitrost telesa } glej tudi prejšnjo stran

$v$ : začetna hitrost telesa

Iz enačbe (1) najprej izračunamo čas  $t$ , ki je potreben, da se telo (prijemalnik sile) premakne za  $s = x' - x$ :

$$x' = x + vt + \frac{a_0 t^2}{2}$$

$$\Rightarrow x' - x = vt + \frac{a_0 t^2}{2}$$

$$\Rightarrow s = vt + \frac{a_0 t^2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a_0 t^2}{2} + vt - s = 0 \quad (\text{kvadratna enačba za } t)$$

$$D = v^2 + 2a_0 s \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2a_0 s}}{a_0}$$



$t = t_1$  ali  $t_2$  (rešitev  $s +$  ali  $-$ )?

Rešitev  $-$  je negativna ( $t < 0$ ), mi pa smo začeli našega produkta (delovnega rila) postavili v čas  $t = 0$ , zato je  $t$  lahko le pozitiven  $\Rightarrow$

$$t = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2a_0 s}}{a_0}$$

To vstavimo v enačbo (2) za hitrost in dobimo

$$\begin{aligned} v' &= v + a_0 t \\ &= v + a_0 \left( \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2a_0 s}}{a_0} \right) \\ &= v + (-v + \sqrt{v^2 + 2a_0 s}) \\ &= v - v + \sqrt{v^2 + 2a_0 s} \\ &= \sqrt{v^2 + 2a_0 s} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow v' = \sqrt{v^2 + 2a_0 s}$$

Enačbo kvadriramo (kvadriramo levo in desno stran enačbe posebej ter odločimo enačaj):

$$v'^2 = v^2 + 2a_0 s$$

$$\Rightarrow 2a_0 s = v'^2 - v^2$$

$$\Rightarrow a_0 s = \frac{v'^2}{2} - \frac{v^2}{2}$$

Ita začnemo dokazati se spominimo, da je  $a_0 = \frac{F}{m}$ :

$$\Rightarrow \frac{F}{m} s = \frac{v'^2}{2} - \frac{v^2}{2} \quad \{ \cdot m$$

$$\Rightarrow F s = \frac{m v'^2}{2} - \frac{m v^2}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{A = \frac{m v'^2}{2} - \frac{m v^2}{2}} \quad (\text{koniec dokaza})$$

Komentar: iz Yreka o  $W_k$  je očitno, rahaj  $W_k$  definiramo s faktorjem  $\frac{1}{2}$ . Faktor  $\frac{1}{2}$  namreč omogoča, da A uainimo s spremembo kinetične energije telesa brez dodatnih faktorjev

$$A = W_k' - W_k$$

(oz. če faktorja  $\frac{1}{2}$  ne bi bilo v definiciji  $W_k$ , bi se pojavil pred različno kinetično energijo v Yreku o  $W_k$ ).

V uvodu pred definicijo  $W_k$  (str. ⑤) sem omenil, da je energij več vrst. V nadaljevanju bomo definirali še dve vrsti energije: potencialno energijo  $W_p$ , ki jo ima telo zaradi svojega položaja (visine, na kateri se nahaja), ter prostotno energijo vrneti  $W_{pr}$ , ki jo ima vmet, ki je raztegnjena ali stisnjena (pa bi se "rada vrnila" v ravnovesno lego).

Ob primeru na str. ③ smo povedali, da je sila teže  $F_g$  konservativna, saj je delo, ki ga opravi pri premikanju telesa (v majhnih omeri), odvisno le od začetnega in končnega položaja mēnega prijemalstva (točkastega telesa, na katerem deluje):

$$A_g = -(mg \cdot y_2 - mg \cdot y_1)$$

(3)



Enačbe (4.a) in (4.b) lahko imenujemo tudi delo  $\sigma W_p$ ,  
 kjer  $\sigma$  z besedami glasi:

Sprememba  $W_p$  točkastega telesa je nasprotno enaka  
 delu, ki ga telo prejme od sile (ali odda sili) teže.

Po enaki poti pridemo do priznane energije vneti,  
 katere negativno razliko imamo z delom (konservativne)  
 sile vneti:

$$\bullet \boxed{W_{pr} \equiv \frac{1}{2} k y^2} \begin{array}{l} \nearrow \text{rastež / skrčitev vneti} \\ \searrow \text{koeficient vneti} \end{array}$$

$$\bullet [W_{pr}] = \frac{N}{m} m^2 = Nm = J \quad (\checkmark)$$

Delo  $\sigma W_{pr}$ :

$$\boxed{A_v = -\Delta W_{pr} = -(W_{pr}' - W_{pr}) = -\left(\frac{1}{2} k y'^2 - \frac{1}{2} k y^2\right)}$$

ali

$$\boxed{-A_v = \Delta W_{pr}}$$

pri čemer je:

- $\Delta W_{pr}$  sprememba  $W_{pr}$
- $W_{pr}'$  končna priznana energija vneti
- $W_{pr}$  začetna — " — — " — — " —
- $y'$  končni rastež / skrčitev vneti
- $y$  začetni — " — — " — — " —

ali 7 vrednosti:

12

Sprememba  $W_{pr}$  vneti je nasprotno enaka delu, ki ga pri njenem hlačenju/rastrenju opravi sila vneti.

Združimo sedaj  $Y_{tela}$  s  $W_k$ ,  $W_p$  in  $W_{pr}$ :

$$A = \Delta W_k \quad (Y_{tela} \text{ s } W_k)$$

$A$  = skupno delo vseh sil, ki delujejo na naše telo

Def:  $A'' \equiv A - A_g - A_v$  (delo vseh sil razen  $F_g$  in  $F_v$ )

$$\Rightarrow A = A'' + A_g + A_v$$

$$\Rightarrow A'' + A_g + A_v = \Delta W_k$$

$$\Rightarrow A'' = \Delta W_k - A_g - A_v$$

$$\Rightarrow A'' = \Delta W_k + (-A_g) + (-A_v)$$

$Y_{tela}$  s  $W_p$  in  $W_{pr}$ :  $-A_g = \Delta W_p$  in  $-A_v = \Delta W_{pr}$

$$\Rightarrow \boxed{A'' = \Delta W_k + \Delta W_p + \Delta W_{pr}}$$

Sledujo enačbo imenujemo tudi  $Y_{tela}$  s mehansko energijo

Pozor: v  $Y_{tela}$  s mehansko energijo na levi strani nastopa

$A''$  (in ne  $A$ ), t.j. delo vseh sil razen  $F_g$  in  $F_v$  (in ne

delo vseh sil), ker je delo  $F_g$  in  $F_v$  upoštevano

v različni  $\Delta W_p$  in  $\Delta W_{pr}$  na desni strani itala.

(Če bi to delo upoštevali tudi na levi strani, bi ga

torej upoštevali dvokrat, kar bi bilo napačno!)

Za konec pod poglavja o delu, moči in energiji pa še tole:

Sili  $F_g$  in  $F_v$ , katerih delo smo izrazili z negativno spremembo ustrezni energij  $W_p$  in  $W_{pr}$ , sta konservativni. Niso pa vse konservativne in dela sil, ki niso konservativne, ne moremo izraziti s spremembo energije.

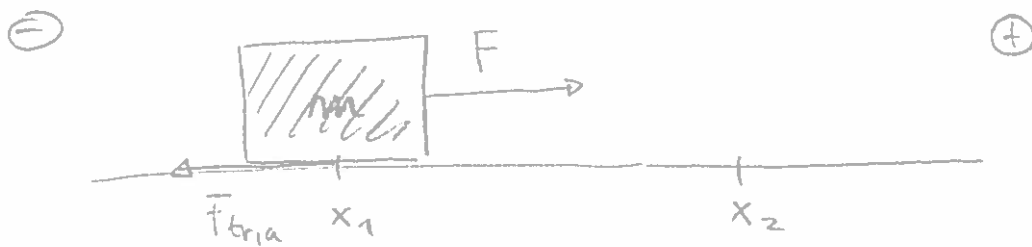
Primer sile, ki ni konservativna, je  $F_{tr}$ , kar bomo pokazali v nadaljevanju.

Spreminimo se: sila je (po definiciji) konservativna, če je njeno delo odvisno le od začetnega in končnega položaja njenega prijemališča, ne pa tudi od načina, kako prijemališče pride iz začetnega do končnega položaja.

Delo, ki ga opravi konservativna sila, ko se na koncu njeno prijemališče vrne v začetno lego, je torej 0 (saj je enako delu, ki ga opravi sila, katere prijemališče se sploh ne premakne). Ali drugače: če je delo, ki ga opravi neka sila, ko se na koncu njeno prijemališče vrne v začetno lego, različno od 0, potem ta sila ni konservativna.

Primer: poskus v dveh delih:

- a) telo mase  $m$  na vodoravni podlagi v vodoravni smeri s silo  $F$  potegnemo iz točke  $x_1$  v točko  $x_2$ , pri čemer je koeficient trenja med telesom in podlago  $k_{tr}$ . Kolikšno delo opravi  $F_{tr}$ ?



Odgovor lahko prepišemo iz primera na strani ②!

$$A_{tr,1} = F_{tr,1} \cdot \Delta s_1 = -mg_0 k_{tr} \cdot (x_2 - x_1) \quad \begin{matrix} \text{O (premiš v pozitivno} \\ \text{smer)} \end{matrix}$$

$F_{tr,1}$  kaže v neg. smer

- b) telo potegnemo iz  $x_2$  nazaj v  $x_1$  (v začetni položaj)



$$\Delta s_2 = (x_1 - x_2) = -\Delta s_1$$

$$F_{tr,2} = -F_{tr,1} : \text{smer } F_{tr} \text{ se obrne, ker se obrne smer premika}$$

$$\Rightarrow A_{tr,2} = F_{tr,2} \cdot \Delta s_2 = -F_{tr,1} \cdot (-\Delta s_1) = F_{tr,1} \cdot \Delta s_1 = A_{tr,1}$$

$\Rightarrow$  Skupno delo  $F_{tr}$ , ki se vrne v začetni položaj  $x_1$ :

$$A_{tr} = A_{tr(a)} + A_{tr,b)} = A_{tr(a)} + A_{tr(a)} = 2A_{tr(a)} \neq 0 (< 0)$$

$\Rightarrow F_{tr}$  ni konsekvativna sila.



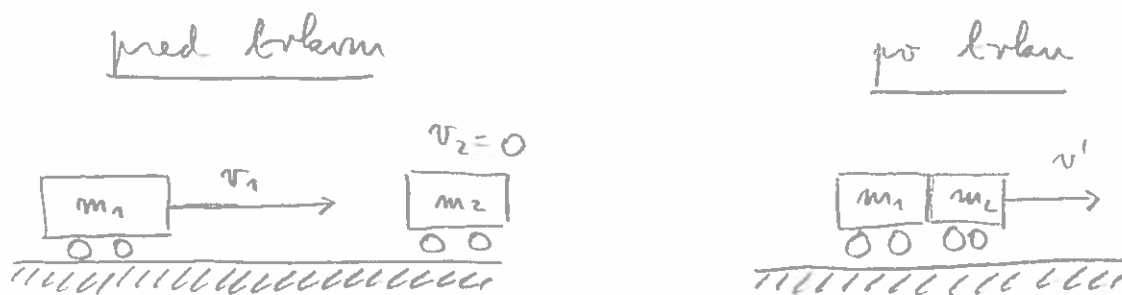
## Sumek sile in gibalna količina

1

Danes bomo definirali dve novi fizikalni količini: gibalno količino opazovanega telesa (opisuje lastnost opazovanega telesa) in sumek sile na opazovano telo (opisuje vpliv okolice na opazovano telo). Predavanje pa tokrat računamo s programi, pri katerih uporabimo vortčka na račni klopi.

Imajmo torej dva vortčka na račni klopi. Masi vortčkov sta  $m_1$  in  $m_2$ ; vortček z maso  $m_1$  se na račni klopi giblje s hitrostjo  $v_1$  proti vortčku mase  $m_2$ , ki miruje ( $v_2=0$ ). Kolikšni sta končni hitrosti,  $v_1'$  in  $v_2'$ , vsakega izmed obeh vortčkov po trku?

a) Naj se vortčka pri trku sprijeta (tak trk imenujemo popolnoma neelastični trk):  $v_1' = v_2' = v'$

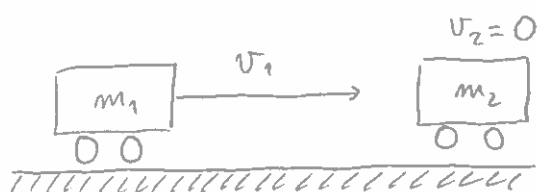


Opazimo:  $v' < v_1$ ;  $v'$  lemanjša, čim večji je 2. vortček v primerjavi s 1. vortčkom.

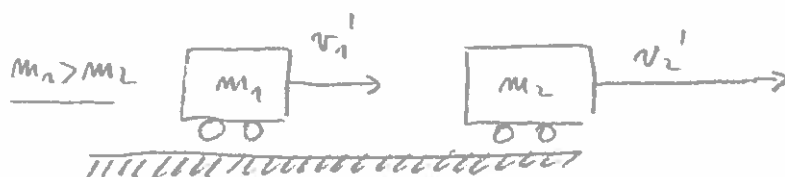
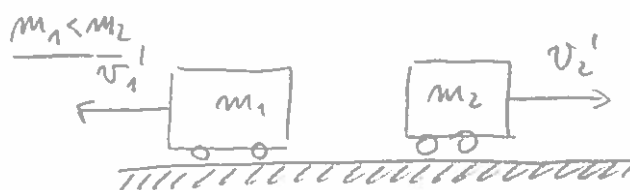
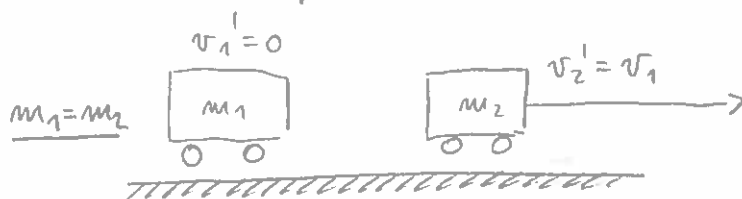
1) Naj imata vozička namesto odbijatev vzmeti (t.j. bde imenujemo popolnoma prožni trk)

(2)

pred trkom



po trku



Ali znamo to razložiti? Ali iz znanih  $v_1, m_1$  in  $m_2$  znamo napovedati  $v_1'$  in  $v_2'$ ?

- tudi na teh predavanjih se omejimo na gibanja vzdolž same črte (npr. zračne klopč)

Definirajmo gibalno količino enega telesa in smisel nile nanj

(1) gibalna količina enega telesa:

- telo z maso  $m_1$  in s hitrostjo  $v_1$
- def.: njegova gibalna količina

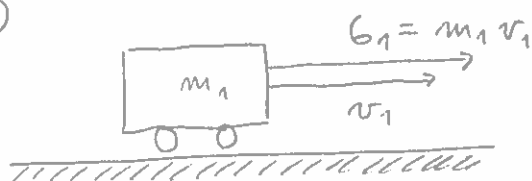
$$\boxed{G_1 \equiv m_1 v_1} ; [G_1] = \text{kg m/s}$$

- $m_1$  in  $v_1$ : lastnosti opazovanega telesa  $\Rightarrow G_1$  (kombinacija  $m_1$  in  $v_1$ ) tudi lastnost telesa

$$\bullet m_1 > 0, v_1 \geq 0 \text{ (smer)} \Rightarrow G_1 \geq 0 \text{ (smer)}$$

③

⊖



⊕

$$\leftarrow v_1, G_1 > 0$$

## (2) smer sile na opazovano telo

- $F_1$ : sila, ki deluje na opazovano telo; kot pri definiciji dela privzemimo, da je  $F_1 = \text{const.}$  ( $F_1 \neq F_1(t)$ ) in da kaže v smeri ravne črte, vzdolž katere (v isti ali v nasprotni smeri) se giblje opazovano telo.

- $t$ : čas delovanja sile

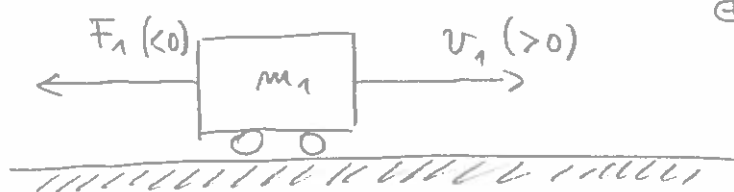
- def.: smer sile  $F_1$  na opazovano telo

$$\boxed{\equiv F_1 t} \text{ (brez pralnega simbola)}; [F_1 t] = \text{Ns} = \text{kgm/s} \text{ (enaka enota, kot } [G_1])$$

- $F_1$ : vpliv okolice na opazovano telo  $\Rightarrow F_1 t$  vpliv okolice na opazovano telo

- $F_1 \geq 0 \text{ (smer)} \Rightarrow F_1 t \geq 0 \text{ (smer)}$

⊖



⊕

$$\Rightarrow G_1 > 0$$

$$F_1 t < 0$$

Imamo dve količini, ena opisuje lastnost opazovanega telesa ( $G_1$ ), druga vpliv okolice na opazovano telo ( $F_1 t$ ), obe pa imata enako enoto ( $[F_1 t] = [G_1] = \text{kgm/s}$ ). Med njima obstaja formalna zveza:

Kad  $\sigma G_1$ :

(4)

- $F_1$ : vsta vseh sil (skupna sila) na opazovano telo;  $F_1 = \text{konst.}$ , vzdolž ravne črte, vzdolž katere se giblje tudi telo
- $G_1 = m_1 v_1$ : gibalna količina pred sunkom ( $v_1$  hitrost pred sunkom)
- $G_1' = m_1 v_1'$ : gibalna količina po sunku ( $v_1'$  hitrost po sunku)
- $\Delta G_1 = G_1' - G_1$ : sprememba gibalne količine (lastnosti telesa)

Prej:  $\boxed{F_1 t = \Delta G_1}$

Dokaz:  $F_1 = \text{konst.} \Rightarrow$  (2. Newtonov zakon)  $F_1 = m_1 a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F_1}{m_1} = \text{konst.}$

(premo enakomerno-pospešeno gibanje)

$$\Rightarrow v_1' = v_1 + a_1 t$$

$$\Rightarrow v_1' - v_1 = a_1 t$$

$$\Rightarrow v_1' - v_1 = \frac{F_1}{m_1} t \quad \left\{ \times m_1 \right.$$

$$\Rightarrow F_1 t = m_1 (v_1' - v_1) = m_1 v_1' - m_1 v_1 = G_1' - G_1 = \Delta G_1$$

(konec dokaza)

Vzemimo sedaj (namesto enega telesa) dve telesi, ki se gibljeta vzdolž iste ravne črte in definirajmo:

(3) gibalna količina (sistema) dveh teles

- $m_1, v_1$ : masa in hitrost 1. telesa  $\Rightarrow G_1 = m_1 v_1$  gibalna količina 1. telesa
- $m_2, v_2$ : masa in hitrost 2. telesa  $\Rightarrow G_2 = m_2 v_2$  gibalna količina 2. telesa

- def.: skupna gibalna količina (sistema) dveh teles

(5)

$$\boxed{G \equiv G_1 + G_2} \quad (= m_1 v_1 + m_2 v_2)$$

Označimo:

- $F_1$ : skupna sila na 1. telo
- $F_{2,1}$ : morebitna sila 2. telesa na 1. telo (notranja sila, sila med telesoma ki ju opazujemo (notraj sistema))
- $F_{z,1} \equiv F_1 - F_{2,1}$  (skupna zunanja sila na 1. telo)
- $F_2$ : skupna sila na 2. telo
- $F_{1,2}$ : sila 1. telesa na 2. telo (notranja sila)
- $F_{z,2} \equiv F_2 - F_{1,2}$  (skupna zunanja sila na 2. telo)
- $F_z \equiv F_{z,1} + F_{z,2}$  (skupna zunanja sila na obe telesi)
- privzeto: vse navedene sile konstantne in vzporedne ali nasprotno vzporedne s hitrostjo teles

Zapišimo izred o  $G_1$ :

$$F_1 t = m v_1' - m v_1$$

$$\underbrace{(\overbrace{F_{z,1}} + F_{2,1})}_{} t = m v_1' - m v_1$$

$$\boxed{F_{z,1} t + F_{2,1} t = m v_1' - m v_1} \quad (1)$$

Telo podobno se glasi izred o  $G_2$ :

$$\boxed{F_{z,2} t + F_{1,2} t = m v_2' - m v_2} \quad (2)$$

Seštejemo enačbi (1) in (2) s prejšnje strani (seštejemo posebej levi in posebej desni strani enačb ter med ob vooči postavimo enačaj):

$$F_{2,1}t + F_{2,2}t + F_{1,2}t + F_{2,1}t = m_1v_1' + m_2v_2' - m_1v_1 - m_2v_2$$

$$(F_{2,1} + F_{2,2})t + (F_{1,2} + F_{2,1})t = \underbrace{m_1v_1' + m_2v_2'}_{G'} - \underbrace{(m_1v_1 + m_2v_2)}_G$$

$\downarrow$   
 $F_2 t$   
 sума vseh zunanjih sil  
 $\downarrow$   
 $= 0$  (3. Newtonov zakon)  
 $\downarrow$   
 skupna kinetična gibalna količina

$\downarrow$   
 skupna mehanična gibalna količina

$$\Rightarrow \boxed{F_2 t = \Delta G} (= G' - G) \quad (3)$$

ali z besedami: sума vseh zunanjih sil na sistem dveh teles je enak spremembi skupne gibalne količine sistema.

Enačbi (3), ki smo jo pravkar izpeljali, rečemo tudi izred o gibalni količini sistema 2 teles. Izred enači

spremembo skupne gibalne količine sistema (in ne gibalne količine posameznih teles) s sumpom zunanjih sil (sumkov sil med telesi ni treba upoštevati, ker se pokrajšajo zaradi 3. Newtonovega zakona).

Izpisani izred velja splošno. V početnem primeru (ne splošno), ko je sума zunanjih sil na sistem teles  $F_2 t = 0$  (20

imamo opravka samo s sumski notranjih sil, se splošni izrek (3) 7  
preenotati:

$$\boxed{\vec{F}_t = 0 \Rightarrow \Delta G = 0 \text{ (ali } G' = G) \text{ ,}}$$

ali z besedami: če je sumski zunanji sil na sistem enak 0,  
se skupna gibalna količina sistema ohranja (skupna, ne po  
množico gibalni količini  $G_1$  in  $G_2$  posameznega telesa v sistemu).

Ali drugače: notranje sile ne morejo spremeniti skupne gibalne  
količine sistema (lahko pa spremenijo vsako izmed  $G_1$  in  $G_2$ ).

Na koncu zadnjih predavanj smo zapisali vrhek o gibalni količini sistema dveh teles:

$$\boxed{F_z t = \Delta G} \quad (1)$$

kjer je

- $F_z t$  sumek vseh zunanjih sil na sistem teles,
- $\Delta G = G' - G$  sprememba skupne gibalne količine teles
- $G' = \underbrace{m_1 v_1'}_{G_1'} + \underbrace{m_2 v_2'}_{G_2'}$  skupna gibalna količina sistema po sunku
- $G = \underbrace{m_1 v_1}_{G_1} + \underbrace{m_2 v_2}_{G_2}$  skupna gibalna količina sistema pred sunkom
- $G_1$  in  $G_1'$ : gibalna količina 1. telesa pred sunkom  
in po njem
- $G_2$  in  $G_2'$ : gibalna količina 2. telesa pred sunkom  
in po njem
- $v_1$  in  $v_1'$ : začetna in končna hitrost 1. telesa
- $v_2$  in  $v_2'$ : 1. 2. -

V posebnem primeru, ko je sumek zunanjih sil 0 ( $F_z t = 0$ ),  
se skupna gibalna količina sistema ohranja:

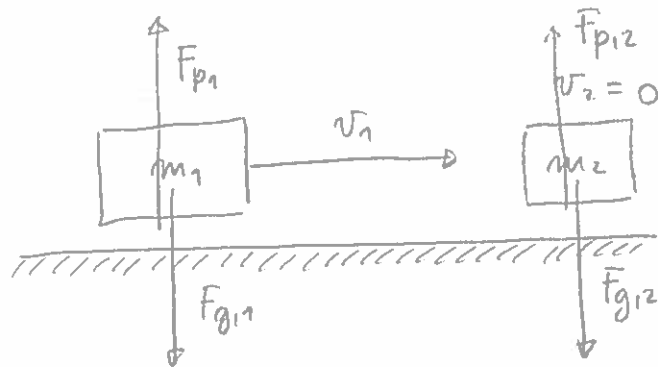
$$\boxed{G' = G = \text{konst.}} \quad (2)$$



## Tlak

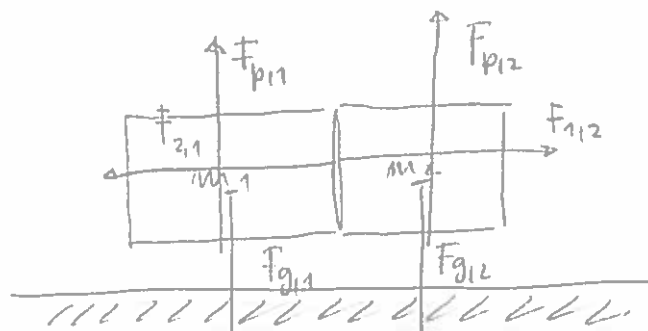
Kaj izvede o gibalni količini pove o toku dveh vozíčkov na navčni rlopi (začetel predavatelj prejšnjy sreds)

### pred tokom



- $F_{g1}$  in  $F_{g12}$ : sile teže na 1. in 2. vozíček
- $F_{p1}$  in  $F_{p12}$ : sile podlage (navčne blatine) na 1. in 2. vozíček
- $v_1$ : začetna hitrost 1. vozíčka
- $F_{g1} = F_{g12} \neq 0$  (navčna blatina: trenje zanemarljivo)
- v vodoravni smeri:  $F_2 = F = 0$ : ni nobenih sil, torej tudi zunanjih ne
- v navpični smeri:  $F_{g1} = -F_{p1}$  in  $F_{g12} = -F_{p12} \Rightarrow F = F_{g1} + F_{p1} + F_{g12} + F_{p12} = 0$
- $\Rightarrow$  skupna zunanja sila na telo je 0.

### med tokom



- situaciji v navpični smeri se ne spremeni
- v vodoravni smeri:  $F_{12}$  in  $F_{21}$ : notranji sili (sili med točkama)  $\Rightarrow$  tudi v vodoravni smeri ni zunanjih sil

•  $\Rightarrow$  skupna zunanja sila med tlom je 0

(minogrede: tudi skupna sila med tlom je 0, saj se notranji sili  $F_{12}$  in  $F_{21}$  med tlom pokrajšata zaradi 3. Newtonovega zakona:

$$F_{12} + F_{21} = 0)$$

- po tlu: kar se tiče sil, je situacija identična, kot pred tluom (razlika je le v hitrostih točk)

$\rightarrow$  skupna (zunanja) sila na tlesi po tlu je 0

$\Rightarrow$  Če trenje delujejo enakomerno, se skupni smer zunanjih sil na tekojoča se točka 0  $\Rightarrow$  skupna gibalna količina sistema se ohranja (enačba (2), str. (1)):

$$\boxed{G' = G} \quad \text{skupna predpostavka za vse tle}$$

$$G_1' + G_2' = G_1 + G_2$$

$$m_1 v_1' + m_2 v_2' = m_1 v_1 + m_2 \ddot{v}_2''$$

$$\boxed{m_1 v_1' + m_2 v_2' = m_1 v_1}$$

(3)

- znane količine:  $m_1, m_2, v_1$

- 2 neznanji količini:  $v_1'$  in  $v_2'$
  - ena enačba (3)
- $\Rightarrow$  rezultat ( $v_1'$  in  $v_2'$ ) ni enolično določen (neznano različnih rezultat)

Če hočemo evolično rešitev  $v_1'$  in  $v_2'$ , potrebujemo še en podatek (4)

a) popolnoma neprótni tli:

Popolnoma neprótni tli so tisti (def), pri katerih se vrtička pri tlu oprimeta in po tlu pot nadaljujeva skupaj; formalno:

$$\boxed{v_1' = v_2' = v'} \quad \text{— dodaten podatek, ki določa evolično rešitev enačbe (3):}$$

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v'$$

$$\Rightarrow \boxed{v' = v_1 \frac{m_1}{m_1 + m_2}}$$

3 primeri popolnoma neprótnih tlov:

1)  $m_1 \ll m_2$  (muhla se popolnoma neprótno zaleti v slona)

$$\Rightarrow m_1 + m_2 \approx m_2$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} \approx 0$$

$$\Rightarrow v' = v_1 \frac{m_1}{m_1 + m_2} \approx v_1 \frac{m_1}{m_2} \approx 0$$

2)  $m_1 \gg m_2$  (slon se popolnoma neprótno zaleti v muhlo)

$$\Rightarrow m_1 + m_2 \approx m_1$$

$$\Rightarrow v' = v_1 \frac{m_1}{m_1 + m_2} \approx v_1 \frac{m_1}{m_1} = v_1$$

3)  $m_1 = m_2 = m$  (popolnoma nepróten tli dveh teles z enako maso)

$$\Rightarrow v' = v_1 \frac{m_1}{m_1 + m_2} = v_1 \frac{m}{m + m} = v_1 \frac{m}{2m} = \frac{v_1}{2}$$

Na primeru 3) popolnoma nepróžnega trka dveh teles z enako (5)  
maso si ogledamo  $\vec{x}$ , kaj  $\alpha$  pri popolnoma nepróžnih trkih  
zgodi s skupno kinetično energijo sistema:

Pred trkom:  $\boxed{W_k = W_{k1} + W_{k2} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m v_1^2}$

Po trku:  $\boxed{W_k' = W_{k1}' + W_{k2}' = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = \frac{1}{2} m v'^2 + \frac{1}{2} m v'^2}$   
 $= m v'^2 = m \left(\frac{v_1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} m v_1^2$

$W_k' < W_k$ : skupna kinetična energija  $\alpha$  ne ohranja  
 (načelno ta  $\alpha$  nepróžne trke, tudi  
 tiste delno nepróžne, pri katerih  $\alpha$  telesi  
 ne spnimeta).

Za konec razprave o popolnoma nepróžnih trkih si na  
 primeru 3) ogledamo tudi, kako  $\beta$  z ohranitvijo gibalne količine

Pred trkom:  $G = G_1 + G_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 = m v_1$

Po trku:  $G' = G_1' + G_2' = m_1 v_1' + m_2 v_2' = m v' + m v' = 2m v' = 2m \frac{v_1}{2} = m v_1$

$\Rightarrow$  skupna gibalna količina  $\alpha$  ohranja, kar  $\beta$   
 bila naša osnovna predpostavka (enačba (3))

Pred trkom:  $G_1 = m_1 v_1 = m v_1$

Po trku:  $G_1' = m_1 v_1' = m v_1' = m \frac{v_1}{2} = \frac{1}{2} m v_1$

$\Rightarrow$  gibalna količina 1. telesa  $\alpha$  ne ohranja  
 (čeprav tudi mižoli nismo brdili/predpostavili/zaključili)

Za domaćo nalogo si ogledte  $\vec{x}$ , kako  $\beta$  z gibalno količino 2. telesa.

## b) popolnoma prazni tli

Popolnoma prazni tli so tisti (def.), pri katerih se skupna kinetična energija sistema ohranja:

$$W_k = W_k'$$

$$W_{k1} + W_{k2} = W_{k1}' + W_{k2}'$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \quad \{ \times 2$$

$$\boxed{m_1 v_1^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2} \quad \text{--- (4)}$$

↑ dodaten podatek (enacija), ki  
določa nolično rešitev enacije (3)

Enacbi (3) in (4): dve enacbi in 2 neznanki ( $v_1'$  in  $v_2'$ ).

Iz enacije (3) izrazimo  $v_1'$ :

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$\Rightarrow m_1 v_1' = m_1 v_1 - m_2 v_2' \quad \{ : m_1$$

$$\Rightarrow \boxed{v_1' = v_1 - \frac{m_2}{m_1} v_2'} \quad \text{--- (5)}$$

To vstavimo v enacbo (4):

$$m_1 v_1^2 = m_1 \left( v_1 - \frac{m_2}{m_1} v_2' \right)^2 + m_2 v_2'^2$$

$$m_1 v_1^2 = m_1 \left( v_1^2 - 2 \frac{m_2}{m_1} v_1 v_2' + \frac{m_2^2}{m_1^2} v_2'^2 \right) + m_2 v_2'^2$$

$$m_1 v_1^2 = m_1 v_1^2 - 2 m_2 v_1 v_2' + \frac{m_2^2}{m_1} v_2'^2 + m_2 v_2'^2$$

$$0 = -2 m_2 v_1 v_2' + m_2 \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) v_2'^2 \quad \{ : m_2$$

$$0 = -2 v_1 v_2' + \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) v_2'^2$$

$$0 = v_2' \left\{ v_2' \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) - 2 v_1 \right\}$$

Dve možnosti:

1. možnost:  $v_2' = 0 \Rightarrow v_2' = v_2$  (2. votčkom se pri trku nične (7) zgodi)  
 $\Rightarrow v_1' = v_1$  (tudi 2. votčkom se nične zgodi)  
 enačba (5)

$\Rightarrow$  sploh ni prišlo do trka (votčka na ločenih tirih)  $\Rightarrow$  ta možnost nas ne zanima

2. možnost:  $\{v_2'(1 + \frac{m_2}{m_1}) - 2v_1\} = 0$

$$\Rightarrow v_2' = v_1 \frac{2}{1 + \frac{m_2}{m_1}} \quad \dots \dots \dots (6)$$

Ta vstavimo v enačbo (5) in dobimo:

$$\boxed{v_1' = v_1 - v_1 \frac{2}{1 + \frac{m_2}{m_1}}} \\ = v_1 \frac{1 + \frac{m_2}{m_1} - 2}{1 + \frac{m_2}{m_1}} = v_1 \frac{\frac{m_2}{m_1} - 1}{\frac{m_2}{m_1} + 1} \quad \dots \dots \dots (7)$$

Enačbi (6) in (7) sta enolični rešitvi enačbe (3) za popolnoma prožne trke.

3 primeri:

1)  $m_1 = m_2 = m \Rightarrow v_2' = v_1$  in  $v_1' = 0$  (1. telo se ustani, vsa njegova hitrost (gibalna količina) prevtane 2. telo)

2)  $m_1 > m_2 \Rightarrow v_1' > 0$  (1. telo po trku še vedno v isti smeri)

3)  $m_1 < m_2 \Rightarrow v_1' < 0$  (1. telo - - - v nasprotni smeri)

( $v_2' > 0$  v vseh treh primerih: 2. telo se po trku vedno giblje v smeri: 1. - telesa pred trkom)

Štem smo razložili vse rezultate poskusov s strani ① zapisov predhodnih predavanj (meda, 18.03.2020) in tako laščali poglavje o sunku rle in o gibalni količini. ⑧

### Kroženje in vrtenje

Tudi to poglavje računimo s poskusom, in sicer na vrhu blanca postavimo tri telesa: homogeno kroglo (1) homogen valj (in rotel valj, ki ima isto maso zravno tik ob obodu). Katero izmed teles se bo najhitreje priotalilo (ne pridrselo) v dolino?

Polmer krogle je približno enak polmeru osnovne ploskve obeh valjev, medtem ko je masa rotlega valja največja, najmanjša pa je masa krogle.

Vendar ne mase ne velikosti teles ne vplivajo odločilno na hitrost telesa v rotaljenju (dolžer so mase in velikosti teles naj približno enake - istega velikostnega reda). V slednje se prepričamo, če najprej na vrh blanca postavimo tri različne krogle:



$$r_1 = r_2 \quad r_3 > r_1$$

$$m_2 > m_1 \quad m_3 = m_1$$

vendar se vse tri krogle bolj ali manj hitreje prižetahijo do dna blanca.

Rezultat poskusa je takle: najhitreje se do dna valja prižetali krogle, radnji pa rotel valj (blizu temu, da je najtežji in iz zelo gladkega materiala).

Zakaj???

S tem, kar smo se o gibanju do sedaj, na vprašanje ne moremo odgovoriti. Če rezultat ni odvisen od mase in velikosti, je lahko le od oblike teles in od tega, da se telesa žetahijo (ne drnijo) in s tem rotijo tudi svojih osi.

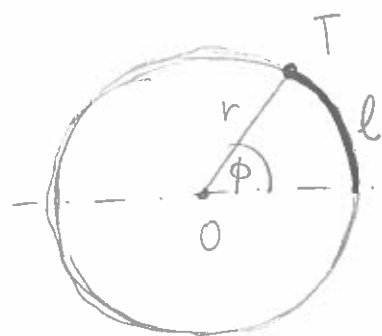
- rezultat odvisen od oblike  $\Rightarrow$  rezultata ne moremo pravilno napovedati s točkastimi telesi, ki dimenzijo in obliko teles zanemarajo
- rezultat povezan z vrtenjem in kroženjem  $\Rightarrow$  rezultata ne moremo pravilno napovedati, če se omejimo na premo gibanje.

Torej: a) premo gibanje  $\rightarrow$  kroženje (vrtenje)  
b) točkasto telo  $\rightarrow$  resno telo z obliko



začnimo najprej s kroženjem. Telo kroži, če je tir telesa krožnica.

(10)



$r = \text{polmer krožnice } (= \text{žmol})$

Položaj točke T na krožnici je podan s kotom  $\phi$ , ki ga definiramo kot razmerje med krožnim lokom  $l$  in polmerom krožnice

$$\boxed{\phi \equiv \frac{l}{r}} ; [\phi] = / (\text{rd})$$

- Polni rot :  $l = 2\pi r$  (naredimo cel krog)  $\Rightarrow \phi = 2\pi \text{rd}$
- Polovinski rot :  $l = \pi r$  ( $1/2$  obsega kroga)  $\Rightarrow \phi = \pi \text{rd}$
- Pravi rot :  $l = \frac{\pi r}{2}$  ( $1/4$  obsega kroga)  $\Rightarrow \phi = \frac{\pi}{2} \text{rd}$

Definirajmo še kotno hitrost  $\omega$  (hitrost, s katero se spreminja rot  $\phi$  točke T),

$$\boxed{\omega \equiv \frac{d\phi}{dt} \equiv \dot{\phi}} ; [\omega] = \text{s}^{-1}$$

in rotni pospešek  $\alpha$  (kako hitro se spreminja kotna hitrost  $\omega$ ):

$$\boxed{\alpha \equiv \frac{d\omega}{dt} \equiv \dot{\omega} = \ddot{\phi}} ; [\alpha] = \text{s}^{-2}$$

Kotna hitrost  $\omega$  je povezana s hitrostjo  $v^*$ , s katero se točka T giblje po obodu krožnice:

\* z veličnostjo hitrosti  $v$

$$\omega \equiv \frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{l}{r} \right) = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} l \stackrel{\substack{\dot{l}=v \\ r=\text{const}}}{=} = \frac{v}{r} \Rightarrow \boxed{v = r\omega}$$

Podoben je rotni prespek  $\alpha$  povezan s (tangencialnim) pospeškom  $a$ , s kulonim in spremembo obodnatlnosti\* točke T:

$$\alpha \equiv \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{v}{r} \right) = \frac{1}{r} \frac{dv}{dt} = \frac{1}{r} a \Rightarrow \boxed{a = r\alpha}$$

Naj na točko T deluje sila  $F$  v smeri tangente na krožnico.

V skladu z 2. Newtonovim zakonom:

$$F = ma \quad ; \quad m = \text{masa T}$$

$$r \left\{ F = mr\alpha$$

$$\boxed{rF = mr^2\alpha} \quad (8)$$

Def.:  $\boxed{mr^2 \equiv J_1}$ : vrtajnostni moment točkastega telesa T

$$[J_1] = \text{kgm}^2$$

Def.:  $\boxed{rF \equiv M}$ : navor sile  $F$  okrog osi  $O$  (če je sila  $F$  pravokotna na ročico  $r$  = razdalja med osjo in prijemališčem  $F$ )

$$[M] = \text{Nm} = \text{kgm}^2/\text{s}^2$$

Komentar: beljuba temu, da imata delo in navor enoto  $(\text{Nm})$ ,

enoti za  $M$  ne večino  $J$ , to pa zato, ker sta  $A$  in

$M$  fundamentalno različni količini: medtem,

ko je delo skalar (glej predhodne zapise), je navor

vektor (ima smer); korektna matematična def.:  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

\* njena veličnost

vektorski produkt

Z definicijama  $y_1$  in  $M$  lahko enačbo (8) zapišemo

(12)

$$M = y_1 \alpha$$

Kratek povzetek dosedanjega poteka poglavja:

- $\phi, \omega, \alpha$  : kinematika točkastega telesa pri kroženju
- $y_1$  : vztrajnostni moment točkastega telesa
- $M$  : navor sile  $F$  (vpliv okolice na telo)

(točkasti telesa)

V nadaljevanju kroženje točkastega telesa nadomestimo z vrtenjem raztežnega telesa.

Predpostavke (omejitve), da računi ostanejo vaj za silo enostarni

- telo trgo (med podkusom se ne deformira - razdalja med poljubnima točkama telesa se med podkusom ne spremeni)
- homogeno telo (vsi deli telesa (razen morebitnih votlih delov kot npr. pri votlem valju) iz enakega materiala)
- simetrično telo, ki se vrti okoli simetrijske osi  
(npr. krogla, ki se vrti okoli osi skozi središče, ali valj, ki se vrti okoli osi skozi središči osnovnih ploskev)



$\Rightarrow \omega, \alpha$ : kotna hitrost in pospešek, s katerima lahko posamezna točka npr. na obodu telesa, ena za vse dele (točke)  $\Rightarrow \omega, \alpha$ : kotna hitrost in pospešek razširnega togega telesa

•  $F$ : tangenta na obod telesa (tangenta na krožnico, ki jo opisuje točka na obodu med vrtenjem telesa)

$\Rightarrow$   $M = y^* \alpha$  "Newtonov zakon" za vrtenje razširnega togega telesa okoli simetrijske osi  
( "Newtonov zakon" zaradi podobnosti z 2. Newtonovim zakonom

$$\begin{matrix} F = m a \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ M = y^* \alpha \end{matrix}$$

$M = r F$  (navar zila  $F$ , definiran na strani 11)

$\alpha$ : kotni pospešek vrtenja

$y^*$ : vztrajnostni moment razširnega togega telesa za vrtenje okoli simetrijske osi,

$y^* \propto \frac{m r^2}{n}$   
 $\uparrow$   
↳ podobno kot pri točkastem telesu  
sorazmernostni koeficient (sterilo) odvisen od oblike telesa

|       | krogla              | homogen valj        | voteli valj                            |
|-------|---------------------|---------------------|----------------------------------------|
| $y^*$ | $\frac{2}{5} m r^2$ | $\frac{1}{2} m r^2$ | $m r^2$                                |
|       |                     |                     | $\uparrow$ enako, kot za točkasto telo |

Posledica "Newtonovega zakona" za vrtenje:

$$M = \gamma^* \alpha : \text{velja splošno}$$

V posebnem primeru:  $M = 0$

$$\Rightarrow \gamma^* \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0 = \text{konst. (enakomerno vrtenje)}$$

(Na to se bomo sklicevali v nadaljevanju.)

Spreminimo se preloha iz točkastega na razširno togo telo:

Točkasto telo, ki kroži:  $\longrightarrow$  Razširno togo telo, ki se vrti okoli fiksne simetrijske osi.

$$M = \gamma_1 \alpha$$

$$\left. \begin{array}{l} \gamma_1 = mr^2 = \text{vztr. moment} \\ \text{točkastega telesa} \end{array} \right\} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} M = \gamma^* \alpha \\ \gamma^* = \text{vztr. moment telesa} \\ \text{za vrtenje okoli} \\ \text{simetrijske osi} \end{array} \right.$$

Podobno bomo vpeljali rotacijsko energijo:

- Točkasto telo, ki kroži, ima kinetično energijo  $= \gamma_1$  (prav tako str. 11 prejšnjega tedna)
- $$\boxed{W_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (r\omega)^2 = \frac{1}{2} (mr^2) \omega^2 = \frac{1}{2} \gamma_1 \omega^2}$$
- $\uparrow$  enačba v okvirju na str. 11 v zapisnikih prejšnjega tedna

Rotacijsko energijo razsežnega togega telesa, ki se vrti okoli simetrijske osi, spet dobimo s substitucijo  $y_1 \rightarrow y^*$ :

(2)

$$W_{rot} = \frac{1}{2} y^* \omega^2$$

Gred (trav dokaza): Poljubno gibanje razsežnega togega telesa lahko razstavimo na translacijo težišča in na rotacijo okrog osi skozi težišče.

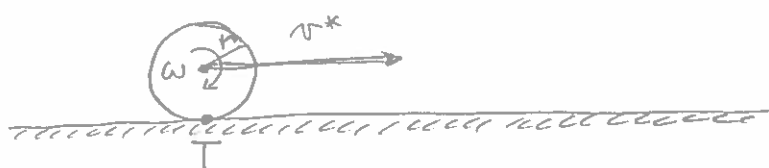
Če je os rotacije simetrijska os, izred lahko zapisimo tudi t enačbo:

$$W_k = W_k^* + W_{rot}$$

pri čemer je

- $W_k$  celotna kinetična energija razsežnega togega telesa
- $W_k^* = \frac{1}{2} m v^{*2}$  kinetična energija težišča ( $v^*$  je hitrost težišča in  $m$  masa telesa)
- $W_{rot} = \frac{1}{2} y^* \omega^2$

Primer: kotaljenje telesa po podlagi



- telo se kotali (ne drsi), če točka (točke) T telesa, ki je (so) v danem trenutku v stiku s podlago, miruje (mirujejo),
- t enačbo:  $v^* = \omega r \rightarrow$  (pogoj za kotaljenje)

Primeri:  $W_k$  krogle, homogenega valja in votlega valja, ki se kotatijo

(3)

$$W_k = W_k^* + W_{rot}$$

$$= \frac{1}{2} m v^{*2} + \frac{1}{2} I^* \omega^2$$

$$= \frac{1}{2} m v^{*2} + \frac{1}{2} I^* \frac{v^{*2}}{r^2}$$

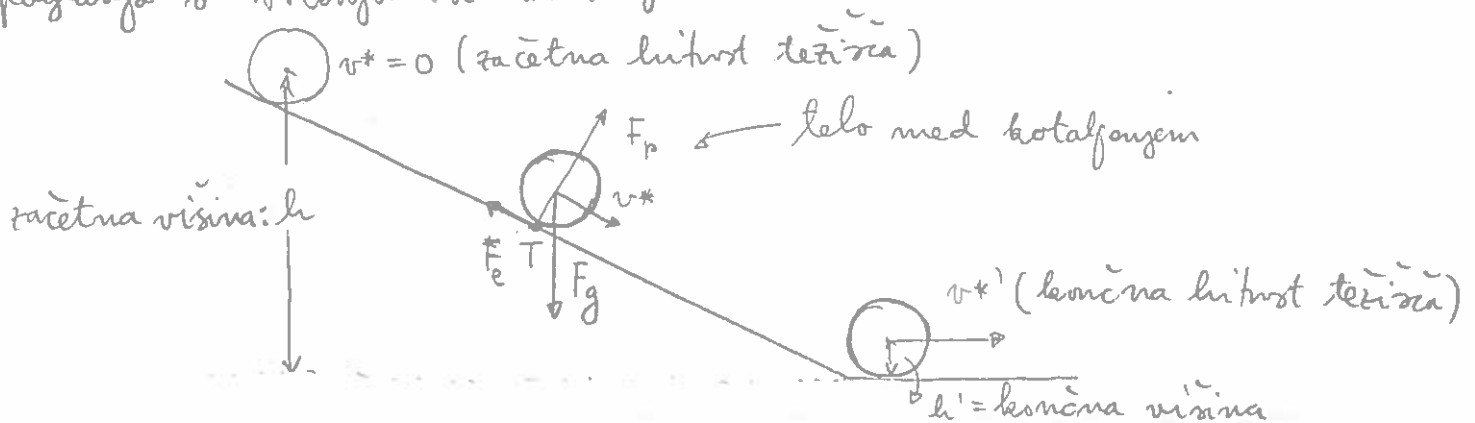
$$= \frac{1}{2} m v^{*2} \left( 1 + \frac{I^*}{m r^2} \right)$$

Iz tabele na dnu strani (13) zapisov prejšnjega tedna preberemo vztrajnostne momente za tri telesa:

$$\frac{I^*}{m r^2} = \begin{cases} \frac{2}{5} ; & \text{za homogeno kroglo} \\ \frac{1}{2} ; & \text{za homogen valj} \\ 1 ; & \text{za votel valj} \end{cases}$$

$$\Rightarrow W_k = \begin{cases} \frac{7}{10} m v^{*2} = \frac{14}{20} m v^{*2} ; & \text{za homogeno kroglo} \\ \frac{3}{4} m v^{*2} = \frac{15}{20} m v^{*2} ; & \text{za homogen valj} \\ m v^{*2} = \frac{20}{20} m v^{*2} ; & \text{za votel valj} \end{cases}$$

Vzamemo se zdaj na tekmovanje v kotatjenju po klancu z začetka poglavja o vrtenju in kroženju:



- Sile, ki delujejo na telo med kotaljenjem:  $F_g, F_p$  in  $F_e$ ; račun upor lahko <sup>(4)</sup> zamenjamo.
- Sili podlage in lepenja,  $F_p$  in  $F_e$ , prizemljata v točki (točkah)  $T$  telesa, ki je (so) v danem trenutku v stiku s podlago
- pri kotaljenju ta (te) točka (točke), po definiciji kotaljenja na str. ②, miruje (mirujejo), torej je hitrost prizemalnice teh dveh sil  $v_T = 0$
- od tod sledi, da je moč, s katero ti sili opravljata delo, identično enaka 0:

$$P_p = F_p v_T = 0$$

$$P_e = F_e v_T = 0$$

- ker je moč količina dela, opravljena na enoto časa,  $F_p$  in  $F_e$  med kotaljenjem telesa ne opravljata nobenega dela:

$$A_p = A_e = 0$$

Zapišimo zdaj izrek o mehaniki energiji za vsakega izmed telesovalcev:

$$A'' = \Delta W_k + \Delta W_p + \Delta W_{pr}$$

- delo vseh sil razen dela sile teže in sile vmeti; torej:

$$A'' = 0$$

- $\Delta W_k = W_k' - W_k$ : razlika med končno in začetno skupno kinetično energijo telesovalca;  $W_k' \propto v'^2$  in  $W_k \propto v^2 = 0$
- $\Delta W_p = W_p' - W_p$ : razlika med končno in začetno potencialno energijo telesovalca:

$$\Delta W_p = W_p' - W_p = mgh' - mgh = mg(h' - h) = -mg(\overset{0}{h - h'})$$



$$\Delta W_{pr} = W_{pr}' - W_{pr} = 0 - 0 = 0$$

$$\Rightarrow 0 = \Delta W_k + \Delta W_p$$

$$\Rightarrow \Delta W_k = -\Delta W_p = mg(h-h')$$

$$\Rightarrow W_k' = mg(h-h')$$

• Na strani (3) preberemo izraze za  $W_k'$ :

$$\boxed{\text{za homogeno kroglo: } \frac{14}{20} m v^{*12} = m g (h-h') \Rightarrow v^{*12} = \frac{20}{14} g (h-h')}$$

$$\boxed{\text{za homogen valj: } \frac{15}{20} m v^{*12} = m g (h-h') \Rightarrow v^{*12} = \frac{20}{15} g (h-h')}$$

$$\boxed{\text{za votel valj: } \frac{20}{20} m v^{*12} = m g (h-h') \Rightarrow v^{*12} = \frac{20}{20} g (h-h')}$$

Sklepanje: telo, ki bo imelo na koncu največji kvadrat hitrosti, bo imelo tudi največjo končno hitrost  $\Rightarrow$  imelo bo največjo hitrost v vsakem trenutku od štarta do cilja  $\Rightarrow$  bo prvo prišlo v cilj.

Tako lahko napovemo vrstni red kotanja:

1. homogena krogla
2. homogen valj
3. votli valj

V izrazih za  $v^{*12}$  ni ne mase ne dimenzije posameznih telesovalek; faktorji  $\frac{20}{14}$ ,  $\frac{20}{15}$  in  $\frac{20}{20}$  pridejo od različnih faktorjev  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{1}{2}$  in 1 pri vztrajnostnih momentih, ki so odvisni le od oblike teles.

Vse ugotovitve se ujemajo z rezultatom poskusa.

# Mehanika tekočin

6

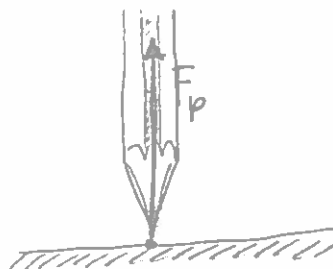
- točkasto telo  $\rightarrow$  razširno telo  $\rightarrow$  tekočine
- tekočine: snovi, ki jih pretakamo (po slangah, ceveh, ...)

Pred obravnavo tekočin definirajmo 3 nove fizikalne količine, ki jih bomo potrebovali:

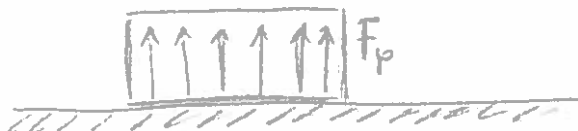
(1) gostota  $\rho$ :  $m = \text{masa telesa}$   
 $V = \text{prostornina telesa}$   $\Rightarrow \boxed{\rho \equiv \frac{m}{V}}$ ;  $[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

(2) tlak  $p$ :

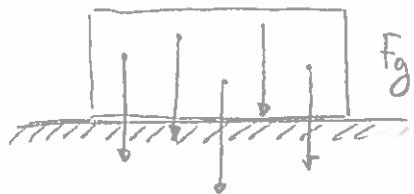
- sile lahko delimo glede njihovega prijemališča na
  - a) sile s točkovnim prijemališčem (npr. sila podlage na dobro ožiljen svinčnik, ali pa sila svinčnika na podlago)



- b) sile s ploskovnim prijemališčem (npr. sila podlage na gobo, ki jo položimo na mizo, ali pa sila gobe na podlago)



c) sile s prostornim prijemališčem (npr. sila teže) <sup>(7)</sup>



za sile s ploskovnim prijemališčem definiramo napetost

$$\frac{F}{S}$$

kot razmerje med silo in površino njenega prijemališča.

Če je sila pravokotna na ploskev prijemališča, napetost imenujemo tlačna napetost ali tlak

$$p \equiv \frac{F}{S} ; [p] = \frac{N}{m^2} = Pa \text{ (paskal)}$$

Poleg Pa je v uporabi tudi enota bar:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}.$$

### (3) stisljivost $\chi$ :

- $\chi$ : grška črka "chi" (angl. chi)
- definiramo, da na telo prostornine  $V$  deluje zunanja sila z enakim tlakom  $p$  na vse ploskve
- če tlak povečamo za  $\Delta p$

$$p \rightarrow p + \Delta p = p' \quad (\Delta p = p' - p)$$

se prostornina telesa zmanjša za  $\Delta V$

$$V \rightarrow V - \Delta V = V' \quad (\Delta V = V' - V).$$

↑ zmanjšanje

Relativno zmanjšanje prostornine  $-\frac{\Delta V}{V}$  je sorazmerno s povečanjem tlaka  $\Delta p$

$$-\frac{\Delta V}{V} \propto \Delta p,$$

sorazmernosti koeficient pa izmenjemo stisljivost

$$-\frac{\Delta V}{V} = \chi \Delta r$$

in je odvisen od snovi:

$$\chi = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p}$$

$$[x] = \frac{m^2}{N} = Pa^{-1} ; \text{ manjši } x, \text{ težje stisljiva je snov}$$

Edaj pa na obravnavo tekočin. V grobem jih razdelimo na

a) zline:

a) pline:  $\rightarrow$  velkostni red

- $\rho \approx 1 \text{ kg/m}^3$  (pri tlaku 1 bar in pri sobni temperaturi)
- $\chi \approx 10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$  (— — — — — — — — — — )
- razstamejo celotno prostornino posode, v katerih jih hranimo

b) kaptevine :

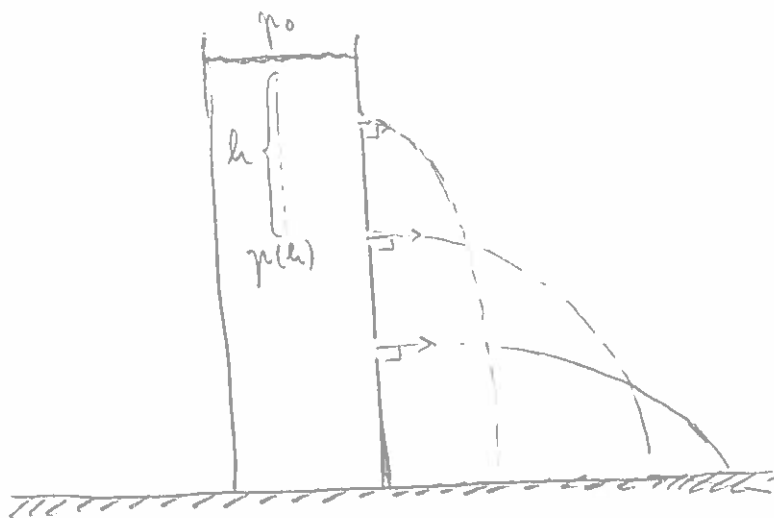
- $\rho \sim 10^3 \text{ kg/m}^3$
- $\chi \simeq 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$
- tvorijo kapljice in gladino

V prvem delu (podpoglavju Hidrostatika) se omejujemo na mirujoče tekočine, v drugem delu (podpoglavju Hidrodinamika) pa se tekočine tudi gibljejo.

## Hydrostaticki tlak (tlak v mirujočih tekočinah)

9

V pokončen votel kovinski valj nalijemo vodo. V valju so na treh različnih višinah vrtane luknjice. Kaj opazimo?



- vsi trije curki iztekajo skozi luknjice pod pravim kotom glede na površino valja  $\Rightarrow$  sila vode  $\perp$  na stene posode  $\Rightarrow$  sila vode na enoto površine posode = tlak
- hitrost iztekanja se večja z globino (oddaljenostjo luknjice od gladine vode)  $\Rightarrow$  tlak narašča z globino:  
navpično navzgor

$p(h)$ : tlak na globinah  $h$

$p_0$ : tlak tik nad gladino

$\rho$ : gostota tekočine

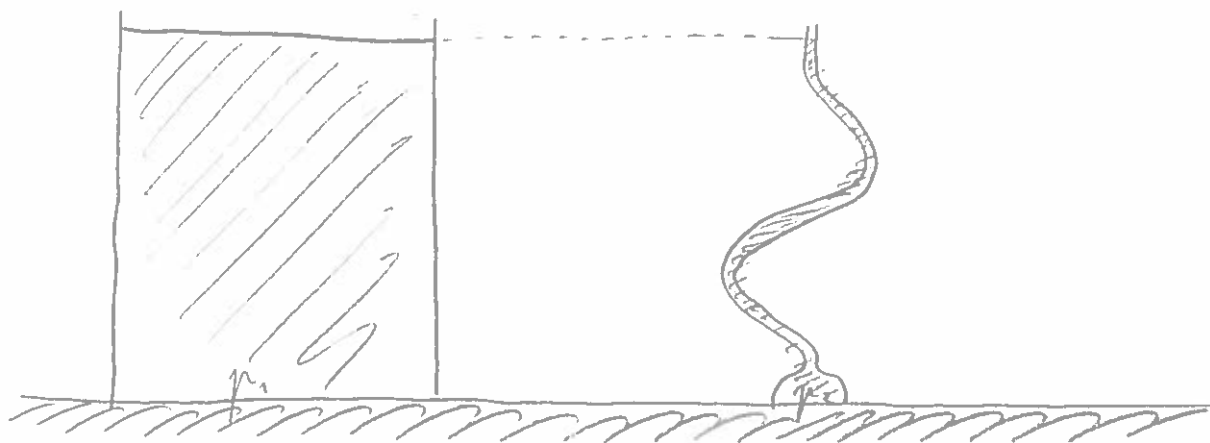
$$\Rightarrow \boxed{p(h) = p_0 + \rho g_0 h}; \quad g_0 \approx 10 \text{ m/s}^2 \text{ (težnostni pospešek)}$$

Primer: Kolikšen je tlak 10 m pod vodno gladino, če je zunanji zračni tlak (tlak nad gladino) 1 bar?

$$\begin{aligned} \rho &= 10^3 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow p(h) = 1 \text{ bar} + 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m} & N \\ &= 1 \text{ bar} + 10^5 \text{ kg/m} \cdot \text{s}^2 = 1 \text{ bar} + 10^5 \text{ (kg m/s}^2\text{)} & N \\ &= 1 \text{ bar} + 10^5 \text{ N} = 1 \text{ bar} + 10^5 \text{ Pa} = 2 \text{ bar} \end{aligned}$$

Pozor:  $p(h)$  neodvisen od oblike posode

10



Enaka tekočina v obeh posodah  $\Rightarrow$  tlaka  $p_1$  in  $p_2$  na dnu obeh posodah enaka:  $p_1 = p_2$ .

### Sila vzgona (Arhimedovo načelo)

Primer: opeko tehtamo enkrat na zraku in drugič v vodi.

Tehtnica pokaže različni teži (mase) opoke.

Tehtnica izmeri silo, s kateršno telo pritiska na njeno površino. Izmerjeno silo deli z  $-g_0$  in s tem silo pretvori v maso telesa, ob predpostavki, da je izmerjena sila enaka sili teže:

$$F = F_g = -mg_0 \Rightarrow \frac{F}{-g_0} = - \frac{mg_0}{+g_0} = m$$

Ker je v vodi masa opoke, ki jo pokaže tehtnica, manjša od resnične mase (mase, ki jo pokaže pri tehtanju na zraku) je predpostavka, da

v vodi sila opake na tehtnico enaka sili teže na opako, napačna:

$$|F| < |F_g|$$

Sila se zmanjša za silo  $F_v$  vzgona okoliske tekočine (vode) na opako.

$$F_v > 0 \text{ (kaže v smeri navzgor, v } \oplus \text{ smeri)}$$

$$\Rightarrow F = F_g + F_v$$

↑ sila, s kateršno telo pritiska na tehtnico

Arhimedovo načelo: sila vzgona je nasprotno enaka sili teže izpodrinjene tekočine.

- $V_{izp}$ : prostornina izpodrinjene tekočine; če je telo v celoti pod gladino, je  $V_{izp}$  kar enaka prostornini  $V$  telesa, drugače pa je  $V_{izp}$  enaka prostornini telesa pod gladino.

- $\rho_{tek}$ : gostota izpodrinjene tekočine (npr. vode)

$$\Rightarrow m_{izp} = V_{izp} \cdot \rho_{tek}$$

$$\Rightarrow F_{g, izp} = -m_{izp} g_0 = -V_{izp} \cdot \rho_{tek} \cdot g_0$$

$$\Rightarrow \boxed{F_v = -F_{g, izp} = +m_{izp} g_0 = \boxed{V_{izp} \rho_{tek} g_0}}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow F &= F_g + F_v \\
 &= -mg_0 + V_{\text{izp}} \rho_{\text{teel}} g_0 \\
 &= -V \rho g_0 + V_{\text{izp}} \rho_{\text{teel}} g_0 \\
 &= \underbrace{(-V \rho + V_{\text{izp}} \rho_{\text{teel}}) g_0}_{\text{; } \rho = \text{gostota telesa}}
 \end{aligned}$$

Opeha na tehtnici pod vodo:

$$V_{\text{izp}} = V$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow F &= (-V \rho + V \rho_{\text{teel}}) g_0 \\
 &= (-V \rho + V \rho \frac{\rho_{\text{teel}}}{\rho}) g_0
 \end{aligned}$$

$$= -V \rho \left(1 - \frac{\rho_{\text{teel}}}{\rho}\right) g_0$$

$$= -m \left(1 - \frac{\rho_{\text{teel}}}{\rho}\right) g_0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{F}{-g_0} = m \left(1 - \frac{\rho_{\text{teel}}}{\rho}\right) = "m"} \quad \left( \begin{array}{l} \text{"masa", ki jo pokaze} \\ \text{tehtnica pod vodo} \end{array} \right)$$

↳ prava masa opere

Še en primer: kolikšen del ledene gore je pod gladino?

$$\text{Podatek: } \frac{\rho_L}{\rho_{\text{vode}}} = \frac{1}{1,1}$$

$$F = (-V \rho_L + V_{\text{izp}} \rho_{\text{vode}}) g_0 = 0 \quad \left( \begin{array}{l} \text{ledena gora miruje,} \\ \text{1. Newtonov zakon} \end{array} \right)$$

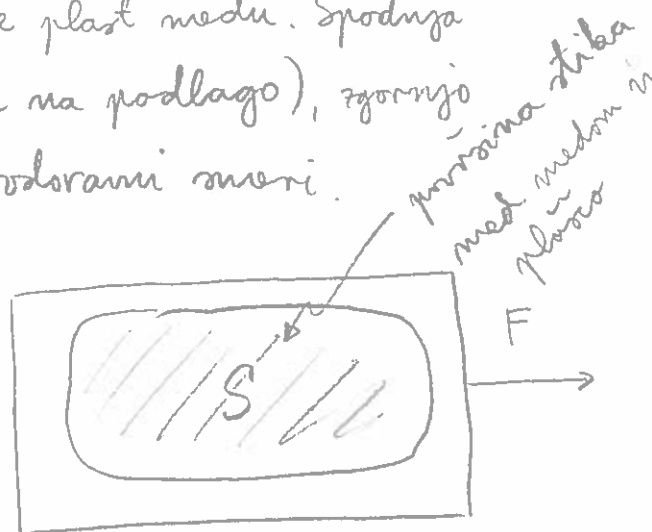
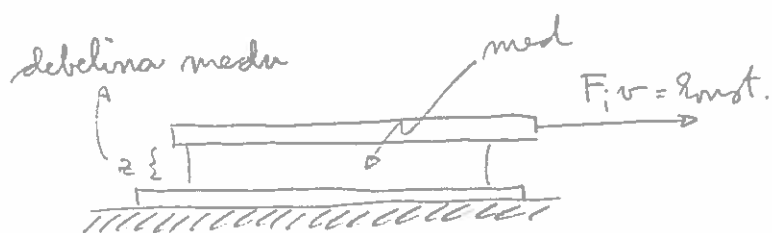
$V_{\text{izp}}$  = prostornina ledene gore pod gladino

$$\Rightarrow \boxed{\frac{V_{\text{izp}}}{V} = \frac{\rho_L}{\rho_{\text{vode}}} \approx 91\% \quad (\approx \frac{9}{10})}$$



# Viskoznost

Podkus : med steklenima ploščama je plast medu. Spodnja plošča je fiksna (pritrjena na podlago), zgornjo pa s silo  $F$  vlečemo v vodoravni smeri.

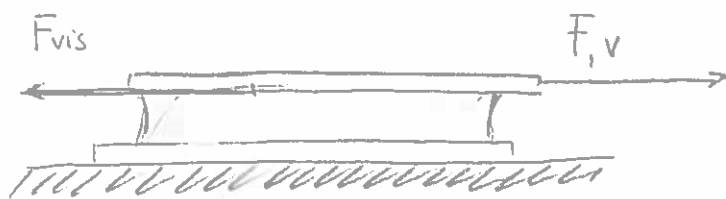


Floris

Zgornja plošča se s konstantno hitrostjo  $v$  giblje v smeri sile.

Razmisleka :

- Katere sile delujejo na zgornjo ploščo v vodoravni smeri? Sila  $F$ , s katero jo vlečemo.
- Kaj o podkusu pravi 1. Newtonov zakon?  
Ker se plošča giblje premo-enakomerno, mora biti skupna sila (vsota vseh sil) na ploščo enaka 0.
- To pomeni, da  $F$  ne more biti edina sila: obstajati mora še ena sila, ki  $F$  uravnovesi (sila, nasprotno-enaka  $F$ )
- $F_{vis}$  : viskozna sila (sila medu na ploščo);  $F_{vis} = -F$   
nasprotna smer kot  $F$  in  $v$
- $F_{vis}$  vedno zavira (podobno kot sila brezja  $F_{tr}$ ),  $F_{vis}$  nasproti medznan, kot v



- prijemalnice  $F_{vis}$ : celotna površina  $S$  stika med medom in zgornjo ploščo
- $\frac{F_{vis}}{S}$ : napetost viskozne sile
- strižna napetost: smer  $F_{vis} \parallel S$
- $v \propto \frac{F_{vis}}{S} z \Rightarrow \frac{F_{vis}}{S} \propto \frac{v}{z}$
- sorazmernostni koeficient:  $\eta$  (grška črka "eta");  
odvisi od snovi (tekočine)

$$\boxed{\frac{F_{vis}}{S} = \eta \frac{v}{z}}$$

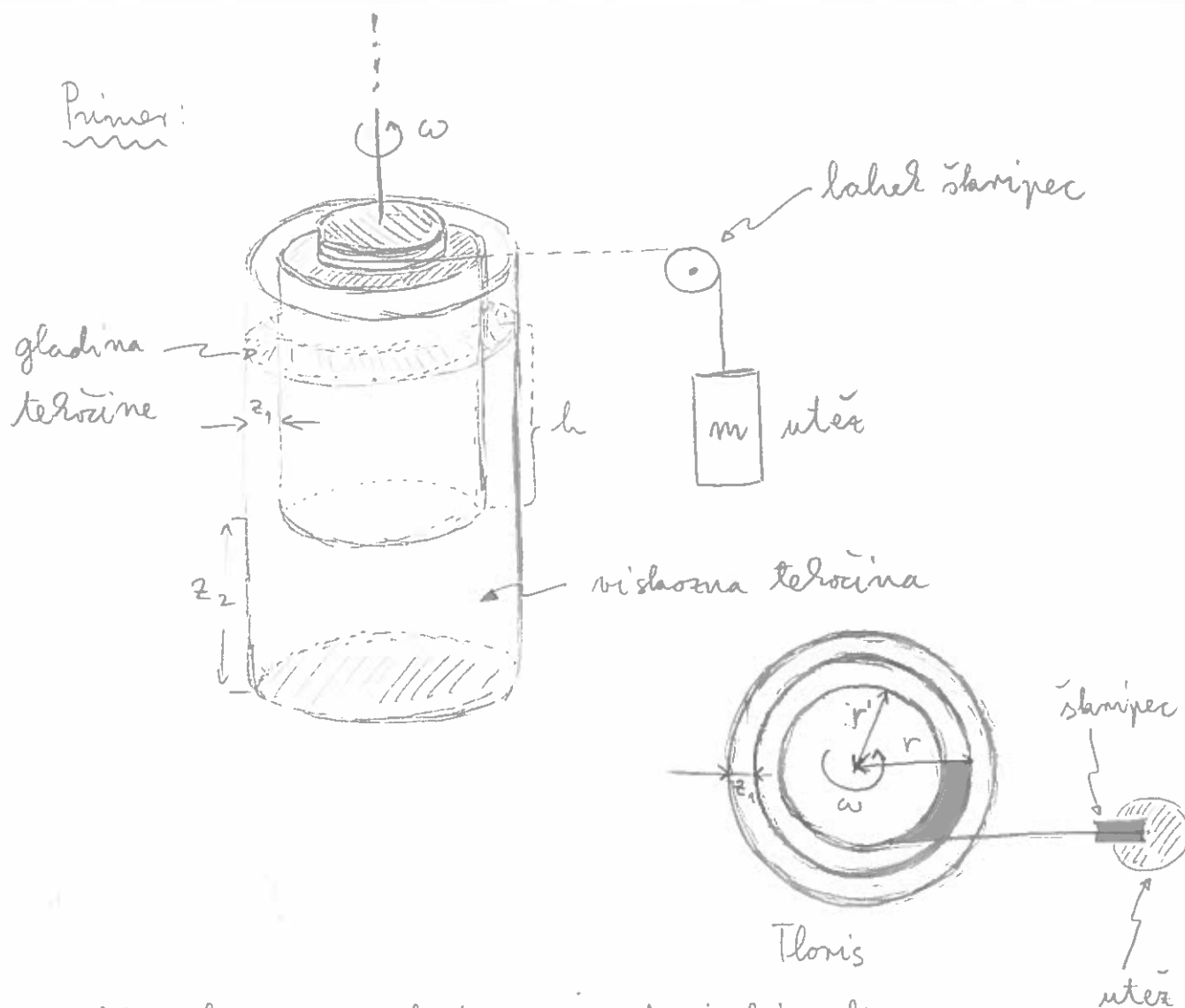
$$\Rightarrow \eta = \frac{F_{vis}}{S} \frac{z}{v}$$

$$\Rightarrow [\eta] = \left[ \frac{F_{vis}}{S} \right] \frac{[z]}{[v]} = \frac{N \frac{m}{s}}{m^2 \frac{m}{s}} = \frac{kg \frac{m}{s}}{s^2 \frac{m^3}{m^2}} = \frac{kg}{m \cdot s}$$

| tekočina                                   | zrak                | voda      | glicerin | smola  |
|--------------------------------------------|---------------------|-----------|----------|--------|
| $\eta \left[ \frac{kg}{m \cdot s} \right]$ | $1,7 \cdot 10^{-5}$ | $10^{-3}$ | 0,85     | $10^7$ |

Viskoznost tekočine boste določali tudi naslednje leto, pri eni izmed praktičnih vaj, ki jo opišemo v nadaljevanju.

Primer:



Steklen kozarec, v katerem je korindni valj, rotljiv okoli navpične osi. V kozarec nalijemo (nesnano) viskozno tekočino. Valj z lahkim in neraztegljivo vrvico preko lahkega šarnirca povežemo z utežjo, kot kaže slika.

Kolicine:

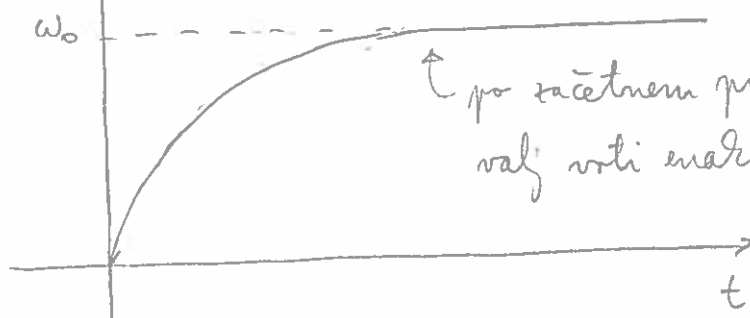
- $m_u$ : masa uteži
- $r'$ : polmer vretena, pritrdjenega na vrhu valja, okoli katerega je navita vrvica (vrvica ne zdrsnje)
- $r$ : polmer valja
- $h$ : višina, do katere tekočina v kozarcu omoti valj
- $z_1$ : debelina tekočine med steno kozarca in valjem
- $z_2$ : debelina tekočine med dnom kozarca in valjem;  
 $z_2 \gg z_1$

•  $\omega$ : izmerjena kotna hitrost, s katero se vrti valj

(4)

Graf  $\omega(t)$ :  $\omega$

$\omega_0$ : ravnovesna kotna hitrost



Je izmerjene ravnovesne kotne hitrosti  $\omega_0$  valja lahko določimo viskoznost  $\eta$  tekočine, v kateri je potopljen valj:

$$\eta = \frac{m_u g \cdot r' z_1}{2\pi h \omega_0 r^3}$$

Izpeljava zgornje enačbe:

- $F_{vis,1}$ : viskozna sila tekočine med steno kozarca in valjem
- $F_{vis,2}$ : —||— —||— —||— —||— dnom —||— —||— —||—
- $F_{vis} = F_{vis,1} + F_{vis,2}$ : skupna viskozna sila tekočine na valj

$$\left. \begin{array}{l} F_{vis,1} \propto \frac{1}{z_1} \\ F_{vis,2} \propto \frac{1}{z_2} \end{array} \right\} \xrightarrow{z_2 \gg z_1} F_{vis,1} \gg F_{vis,2} \Rightarrow F_{vis} \approx F_{vis,1}$$

- $S = 2\pi r \cdot h$ : površina stika tekočine med steno kozarca in valjem
- $v = \omega_0 r$ : hitrost točk na obodu valja (obodna hitrost) glede na mirujočo steno kozarca (podobno kot hitrost zgornje plošče pri poskusu z medom glede na spodnjo pritrženo ploščo)

(5)

$$\Rightarrow F_{vis} \approx \eta S \frac{v}{z_1} = \frac{\eta 2\pi h \omega_0 r^2}{z_1}$$

$$\bullet M_{vis} = r F_{vis} = \frac{\eta 2\pi h \omega_0 r^3}{z_1} : \text{navor vidkozne sile na valj}$$

$\bullet$   $\ddot{x}$  en navor na valj: navor sile teže uteži na valj

$$F_u = -m_u g_0$$

$$\Rightarrow M_u = r' F_u = -r' m_u g_0$$

$\bullet$  M skupen navor

$$M = M_u + M_{vis}$$

$\bullet$  2 Newtonov zakon za vrtenje

$$M = \gamma^* \alpha$$

$\bullet \omega = \omega_0 = \text{konst.}$  (gledamo, kak  $\alpha$  kolna hitrost ustali)

$$\Rightarrow \alpha = \dot{\omega} = \dot{\omega}_0 = 0 \text{ (odvod konstante je 0)}$$

$$\Rightarrow M = \gamma^* 0 = 0$$

$$\Rightarrow M = M_{vis} + M_u = 0$$

$$\Rightarrow M_{vis} = -M_u$$

$$\Rightarrow \frac{\eta 2\pi h \omega_0 r^3}{z_1} = -(-r' m_u g_0)$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{m_u g_0 r' z_1}{2\pi h \omega_0 r^3}, \text{ kar smo hoteli pokazati.}$$

za vsak slučaj še preverimo enote:

$$[\eta] = \frac{[m_u][g_0][r'] [z_1]}{[h][\omega_0][r^3]} = \frac{\text{kg m m m}}{\text{s}^2} \frac{\text{s}}{\text{m}} \frac{\text{s}}{\text{m}^3} = \frac{\text{kg}}{\text{m s}} \checkmark$$

## Kvadratni zakon upora

V poglavju o prostem padu smo rekli, da telesa v bližini zemeljske površine padajo s težnostnim pospeškom  $-g$ , če zračni upor lahko zanemarimo.

Kdaj pa zračni upor lahko zanemarimo? Ali drugače, in malenkost bolj splošno: od česa je odvisna sila upora delovanja na telo, ki se v tej delovni gibanju?

Spominimo se podansa, pri katerem smo iz steklene cevi izčrpali skoraj ves zrak: sila upora na pero (in plastično kroglico) je postala zanemarljiva (pero in kroglica sta padala z enakim pospeškom). Ko smo izčrpali zrak, smo močno zmanjšali gostoto zraka  $\Rightarrow$  sila upora je premo sorazmerna z gostoto delovne:

$$F_u \propto \rho_t$$

Poleg tega  $F_u$  odvisna od hitrosti  $v$  telesa glede na delovno, in sicer je premo sorazmerna z  $v^2$

$$F_u \propto v^2 \quad (\text{odtod ime kvadratni zakon upora})$$

Nadalje je  $F_u$  odvisna tudi od velikosti telesa, bolj natančno od prečnega preseka  $S_{\perp}$  telesa. Pozor: prečnega preseka in ne površine telesa. Primer: kroglo pogledamo iz takega položaja, da se giblje naravnost proti nam



Prčni preseki  $S_{\perp}$  krogle je površina silhuete krogle (ploščina laroga  $\pi r^2$ ) in ne površina krogle  $4\pi r^2$ ).

Na koncu je  $F_u$  odvisna tudi od oblike, kar upoštevamo z brezdimenzijskim koeficientom upora  $C_u$ :

$$F_u = - \frac{1}{2} C_u S_t S_{\perp} v^2$$

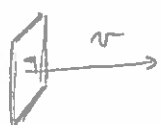
nasprotna smer od hitrosti glede na tekočino (predpostavimo, da se telo giblje v pozitivni smeri; če se telo giblje v negativni smeri, je predznak sile pozitiven)

Za domačo nalogo: preveri, da je enota  $F_u$  res N!

Vrednosti  $C_u$  za različne oblike:

• larogla  :  $C_u = 0,4$

• na pol prerezana votla krogla  :  $C_u = 1,3$

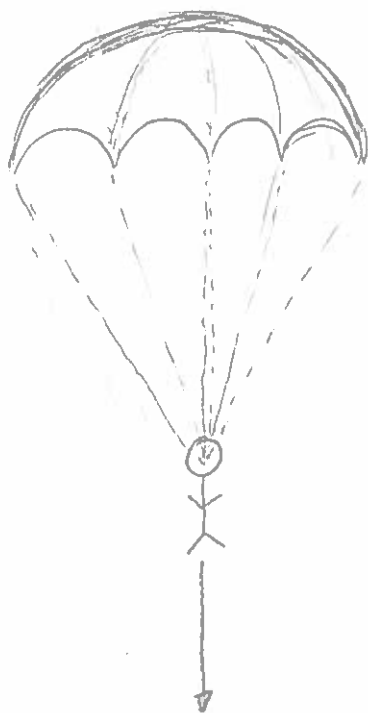
• ravna deska  :  $C_u = 1,1$

• vretenasto telo (kaplja)  :  $C_u = 0,04$

• (serijski) avtomobili :  $C_u \approx 0,3 - 0,5$

Primer: očni, kolikšna mora biti veličnost padala (npr. premer), da se padalec ne ubije?

• znosna hitrost pri pristanku :  $v \approx 5 \text{ m/s}$  ( $\approx 18 \text{ km/h}$ )



- $S_L(\text{kanpole}) = \pi r^2$ ;  $r = \text{polmer kanpole}$  <sup>(8)</sup>
- $C_u(\text{kanpole}) \approx 1,3$
- $\rho_t = \rho(\text{zraka}) = 1,2 \text{ kg/m}^3$
- $m \approx 100 \text{ kg}$  (masa padalca z opremo)
- $v = \text{hitrost padalca}$  (v negativni smeri)

- hitrost se kmalu zalezi, ko padalec odpre padalo, ustali (postane konstantna)

$$\Rightarrow F = F_g + F_u = 0$$

↑ skupna sila na padalca (in odprto padalo)

$$\Rightarrow -mg_0 + \frac{1}{2} C_u \rho_t S_L v^2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} C_u \rho_t \pi r^2 v^2 = mg_0$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{2mg_0}{C_u \rho_t \pi v^2} = \frac{2 \cdot 100 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2}{1,3 \cdot 1,2 \text{ kg/m}^3 \cdot 3,14 \cdot 25 \text{ m}^2/\text{s}^2} \approx 16 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow r \approx 4 \text{ m}$$

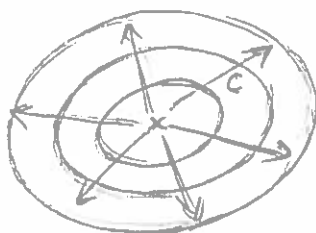
$$\Rightarrow 2r \approx 8 \text{ m} \text{ (smiselni rezultat)}$$



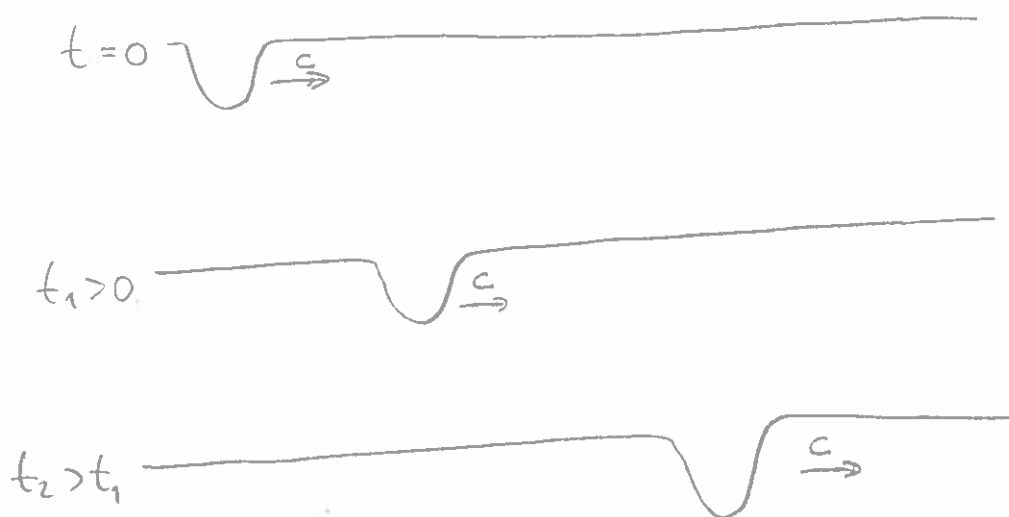
# Mehansko valovanje

1

1. primer: kamen vržemo v mirno jezero gladino (površinsko motnjo): motnja se v obliki koncentričnih krogov (krožnih valov) širi od mesta, kjer je kamen padel v vodo, navzven:



2. primer: po enem koncu napete vrv udarimo z roko (površinsko motnjo): motnja potuje proti drugemu koncu vrv



$c$ : hitrost potovanja motnje

### 3. primer: enakomerno navito vijakno vnet

(2)



udarimo po enem koncu (povzročimo motnjo, zgoščino)

$t_1 = 0$

$\sim \frac{1}{c}$

↑ motnja, kjer so ovoji bližje skupaj, kot drugod

Motnja potuje proti drugemu koncu vrvi:

$t_1 > 0$

$\xrightarrow{c}$

$t_2 > t_1$

$\xrightarrow{c}$

⋮

$c$ : hitrost potovanja motnje

Mehansko valovanje (def): potovanje motnje po vrvi.

Pozor: potuje motnja in ne vrv, po kateri se motnja širi

(bistvena razlika glede na vz, kar smo obravnavali do zdaj)

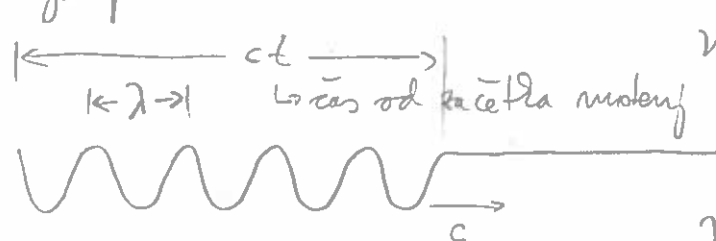
Primeri:

- del vrv, ki ga doživi motnja, samo zmiha v vzporedni smeri (prečno glede na  $c \Rightarrow$  prečno (transverzalno) valovanje)

- valj, ki ga dožē motnja, samo zanika naprej - nazaj  
( vzdolž  $c \Rightarrow$  vzdolžno (longitudinalno) valovanje)

Skupaj z motnjo potuje tudi energija: ko posamezni del vrv zanika, (za kratel čas) dobi hitrost  $v \Rightarrow$  dobi kinetično energijo  $W_k = \frac{1}{2}mv^2$ , ki skupaj z motnjo odpotuje naprej in del vrv   
 $\uparrow$  masa dela vrv, ki ga je v danem trenutku se zopet   
 dožē motnja se zopet umiri

Motnja periodična (sinusna):  $t_0$  perioda ene motnje



$\nu = \frac{1}{t_0}$  frekvenca (št. motenj na časovno enoto)

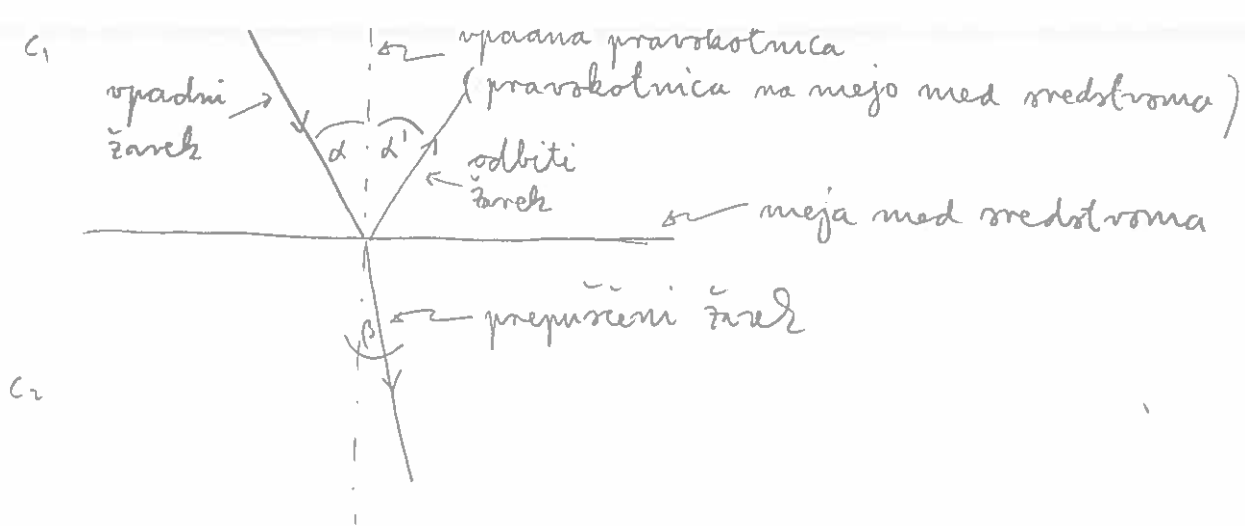
$\lambda$ : dolžina ene motnje  
(valovna dolžina, dolžina enega vala)

sinusno valovanje

Velja:  $\boxed{\lambda \nu = c}$

Valovanje  $\equiv$  potovanje motnje (motenj): bistveno drugačno od potovanja snovi  $\Rightarrow$  obstajajo pojavi, značilni za valovanje (pojavi, ki jih drugače, kot z valovanjem, ne dobimo), npr.:

a) lom valovanja: valovanje iz območja s hitrostjo  $c_1$  preide v območje s hitrostjo  $c_2$



- $\alpha$  : kot med vpadnim žarkom in vpadno pravokotnico
- $\alpha'$  : —||— ||— odbitim —||— ||— —||— ||—
- $\beta$  : —||— ||— prepuščeniim —||— ||— —||— ||—

- $\boxed{\alpha' = \alpha}$  odbojni zakon

- $\boxed{\sin \beta = \sin \alpha \frac{c_2}{c_1}}$  lomni zakon

b) interferenca (seštevanje delnih valovanj): sinusni val,

ki se širi po napeti vrv, npr. od leve proti desni



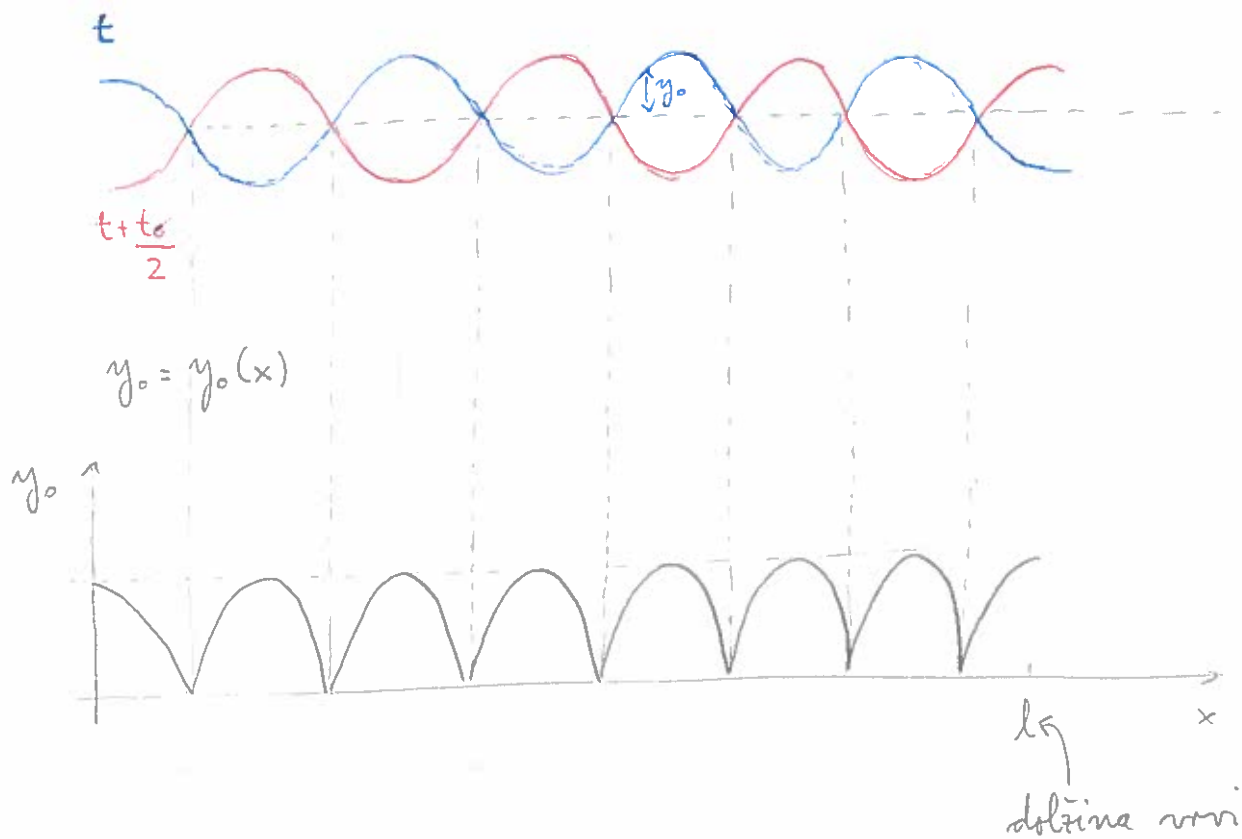
Ko valovanje dočeti konec vrv, se odbije in se širi od desne proti levi,  $\leftarrow -c$

Interferenca: seštevanje obeh (delnih) valovanj, vpadnega in odbitega

Rezultat: stojno valovanje

5

- ne moremo povedati, v katero smer se valovi gibljejo (levo ali desno)
- nekateri deli vrvi nihajo z veliko amplitudo,  $y_0$  (hrbti), nekateri pa sploh ne nihajo (vozli),  $y_0 = 0$



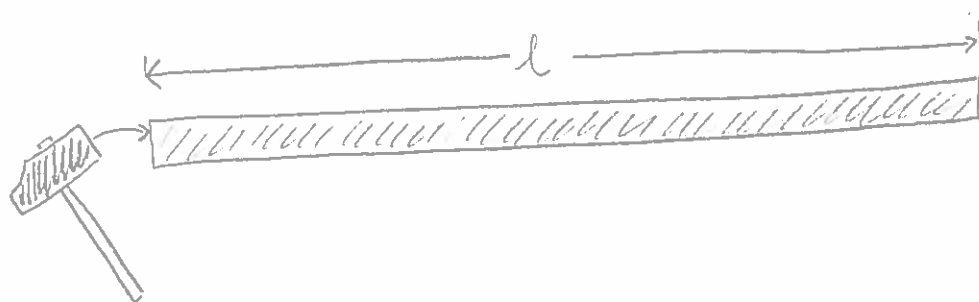
- razdalja med dvema vozli:  $\lambda/2$

Zvok: primer mehanskega valovanja

- res mehansko valovanje (širi se po snovi, npr. po zraku, ne more se širiti po praznem prostoru): zvočna zvonca, ki zveni pod steklenim zvonom, izpod katerega smo iztlačili zrak, ne slišimo
- hitrost zvoka v zraku ( $p \approx 1 \text{ bar}$ , sobna temp):  $c \approx 340 \text{ m/s}$

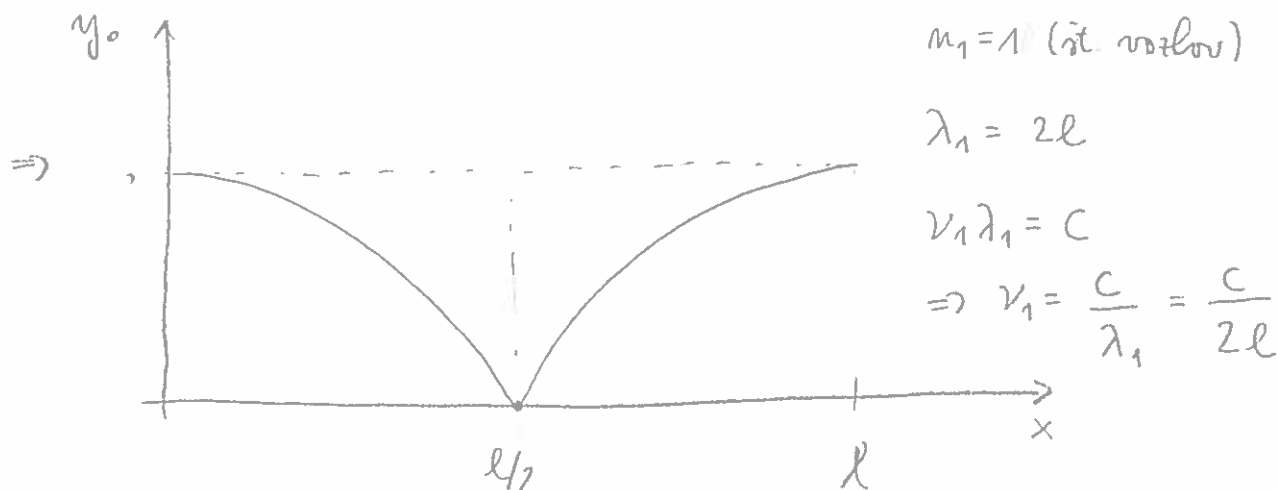
6

- zvok se (z drugačno hitrostjo) lahko širi tudi po drugih snoveh, npr. kovinah
- zvok res valovanje: interferenca (stojno valovanje) zvoka v aluminijasti palici:



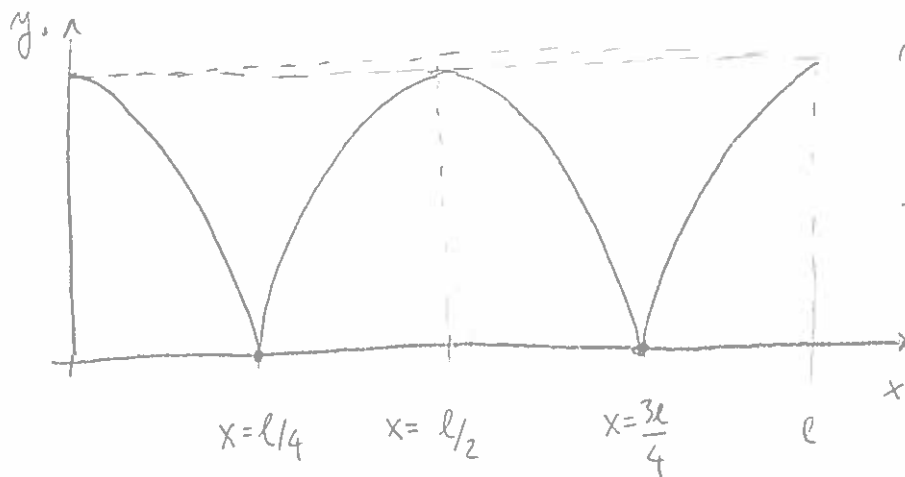
Po enem koncu aluminijaste palice, ki jo držimo na sredini ( $x = \frac{l}{2}$ ), udarimo s kladivom. Po nekaj sekundah palica oddaja en sam ton (zvok z eno samo frekvenco).

Sklepanje: palico držimo na sredini, zato mora biti tam vozlišče stojnega valovanja (drugače bi se valovanje v palici, in s tem oddajanje zvoka, zadržilo).  
Drugihtovozlov (poleg tistega v sredini) ni: kjerkoli drugje se dotaknemo palice, vedno zadržimo (stojno) valovanje v palici



$\nu_1$ : osnovna lastna frekvenca zvoča v palici (frekvenca osnovnega stojnega valovanja zvoča v Al-palici dolžine  $l$ ); osnovno stojno valovanje  $\equiv$  valovanje z najmanjši vozli

Palico primemo pri  $x = l/4$  in ponovimo poskus. S prebranimi ugotovimo, da ima stojno valovanje v palici točno 2 vozla:



$$n_2 = 2$$

$$\lambda_2 = l$$

$$\nu_2 \lambda_2 = c \Rightarrow \nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{c}{l}$$

$\nu_2$ : frekvenca 1. višjega stojnega valovanja zvoča v Al-palici dolžine  $l$

$$\nu_2 > \nu_1 \text{ (za oktavo)}$$

Poskus lahko ponavljamo:

$$\boxed{\nu_n = \frac{(n+1)c}{2l}}$$

: lastna frekvenca stojnega valovanja v Al-palici dolžine  $l$  z  $n$  vozli

$$\lambda_n = \frac{2l}{(n+1)}$$

Primer: izmerimo  $\nu_n \Rightarrow \nu_n \lambda_n = \nu_n \frac{2l}{(n+1)} = c$  (lahko določimo  $c$ )

- Mehanika: gibanje
- Termodinamika: stanje enega ali več teles (fizikalnih sistemov)
- Količine za opis stanja: TD spremenljivke
- Primeri TD spremenljivk:  $V, S, p$

### Temperatura (T)

- je ena (pomembna) TD spremenljivka
- T: osnovna fizikalna količina (kot  $m, t$  in  $l$ )  $\Rightarrow$  potrebna definicijske enote
- kvalitativno: kako toplo se zdi telo
- kvantitativno: odvisnost prostornine od temperature

### Celzijova temperaturna lestvica (skala):

$$p \approx 1 \text{ bar} (1,013 \text{ bar} = 1 \text{ atm}) = p_{\text{mrt}}$$

Definicija: a) mešanica vode in ledu (led, ki se tali, ali voda, ki zamrzne) pri tem tlaku, ima temperaturo  $0^\circ\text{C}$

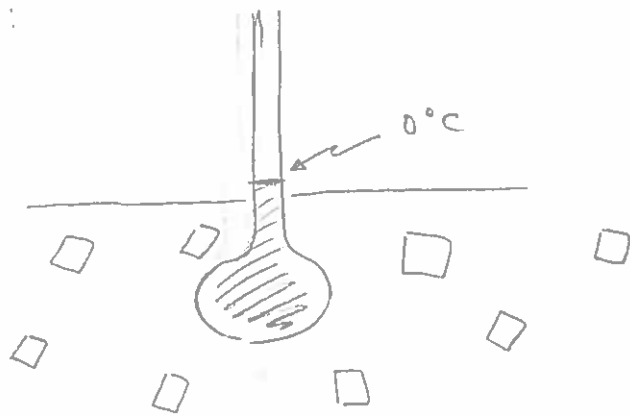
b) mešanica vode in vodnih par (voda, ki vre) pri tem tlaku ima temperaturo  $100^\circ\text{C}$



0. zakon TD: telesom v toplotnem stiku se po dovolj dolgem času temperature izenačijo

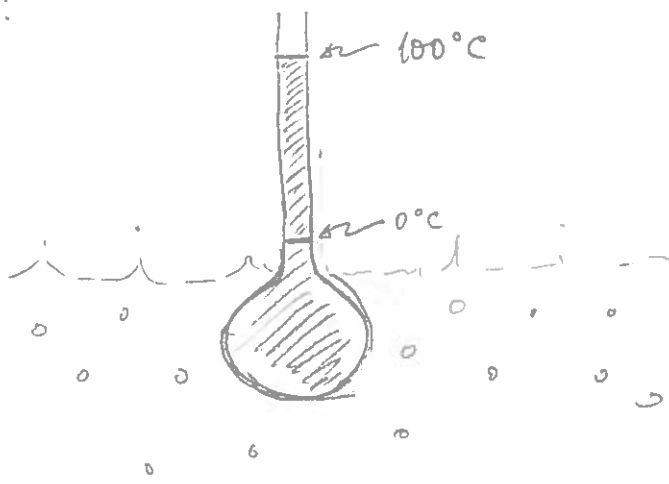
a) bučko z živim srebrom v mešanici vode in ledu; po dovolj dolgem času, v skladu z 0. zakonom TD,  $T(Hg) = 0^{\circ}C$ . Na vratu bučke označimo, do kam

sega Hg:



b) isto bučko s Hg v vrelo vodo; po dovolj dolgem času  $T(Hg) = 100^{\circ}C$ . Na vratu bučke označimo, do kam

sega Hg:



Prostor med obema oznakama razdelimo na 100 enakih delov:  
Celsijeva temperaturna skala (Hg-termometer)

V uporabi tudi druge temperaturne skale. Posebna med vsemi je absolutna ali Kelvinova temperaturna lestvica:

$$T[K] = T[^\circ\text{C}] + 273$$

$$(ali \ T[^\circ\text{C}] = T[K] - 273)$$

3

$$\Rightarrow 0^\circ\text{C} \approx 273\text{ K}$$

$$\Rightarrow 0\text{ K} \approx -273^\circ\text{C} \text{ (absolutna ničla)}$$

• 3. zakon TD:  $T=0\text{ K}$  je nedosegljiva.

• Posebnost absolutne temperaturne lestvice: najpreprostejša oblika plinske enačbe

### Plinska enačba

• idealni plini: za niso razredčeni plini

• primeri: zrak pri  $T \approx 20^\circ\text{C}$  in  $p \approx 1\text{ bar}$

•  $p_1, V_1$  in  $T_1$ : tlak, prostornina in temperatura plina na začetku procesa

•  $p_2, V_2$  in  $T_2$ : tlak, prostornina in temperatura istega plina na koncu procesa

•  $[T_1] = [T_2] = \text{K}$ : temperaturi izraženi v absolutni skali

$$p_1, V_1, T_1 \xrightarrow{\text{poljubna sprememba}} p_2, V_2, T_2$$

Velja: 
$$\boxed{\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \text{konst.}}$$
 Plinska enačba

2 besedni: pri poljubni spremembi idealnega plina se  $\frac{pV}{T}$  ne spremeni ( $[T] = \text{K}$ ).

Pozor: ne velja za kapljevine in trdne snovi!

V povezavi z idealnimi plini omenimo še Avogadrov zakon.

Najprej definirajmo splošno (za katerokoli snov, tudi kaptjevine ali trdnine):

a) Avogadrovo število  $N_A \approx 6 \cdot 10^{26}$

b) 1 kmol snovi  $\equiv N_A$  atomov ali molekul te snovi

c) kilomolska masa  $M \equiv$  masa enega kilomola te snovi

Primeri:  $M(H) \approx 1 \text{ g}$

$M(H_2) \approx 2 \text{ g}$

$M(C) \approx 12 \text{ g}$

$M(O) \approx 16 \text{ g}$

$M(H_2O) \approx 18 \text{ g}$

$M(N_2) \approx 28 \text{ g}$

$M(O_2) \approx 32 \text{ g}$

$M(\text{zraka}) \approx 29 \text{ g} \left( \approx \frac{4}{5} N_2 + \frac{1}{5} O_2 \right)$

Avogadrov zakon (velja le za idealne pline): pri  $p_0 = 1 \text{ bar} (1 \text{ atm})$  in  $T_0 = 273 \text{ K} (= 0^\circ \text{C})$  1 kmol popolnega idealnega plina zavzame prostornino  $V_0 = 22,4 \text{ m}^3$ .

$$\boxed{\frac{p_0 V_0}{T_0} \equiv R} \approx 8300 \text{ J/K}$$

↑ splošna plinska konstanta

Kombinirajmo zdaj plinsko enačbo in Avogadrov zakon:

Primer: Vzemimo maso  $m$  idealnega plina s kilomolsko maso  $M$  (5)  
pri  $p_1 = p_0$  in  $T_1 = T_0$ . V skladu z Avogadrovim  
zakonom, plin zavame prostornino  $V_1 = \frac{m}{M} V_0$ .  
S plinom naredimo poljubno spremembo:

$$V_1, p_1, T_1 \longrightarrow V_2 = V, p_2 = p, T_2 = T.$$

V skladu s plinsko enačbo velja

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{T_1} = \text{const.}$$

$$\Rightarrow \frac{pV}{T} = \frac{p_0}{T_0} \frac{m V_0}{M} = \frac{m}{M} \frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{m}{M} R$$

$$\Rightarrow \boxed{pV = \frac{m}{M} R T} \quad \text{2. oblika plinske enačbe (v kombinaciji z Avogadrovim zakonom).}$$

Zadijo enačbo lahko zapisemo še nekoliko drugače:

$$N \equiv \frac{m}{M} N_A = \text{št. atomov ali molekul plina (v skladu z definicijo  $n$  na prejšnji strani)}$$

$$n \equiv \frac{N}{V} = \text{št. gostota atomov ali molekul plina}$$

$$pV = \frac{m}{M} R T = \frac{m}{M} N_A \frac{R}{N_A} T = N \frac{R}{N_A} T$$

$$\Rightarrow p = n \frac{R}{N_A} T$$

$$\boxed{k_B \equiv \frac{R}{N_A}} : \text{ Boltzmanova konstanta ; } k_B \approx 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$\Rightarrow \boxed{p = n k_B T} \quad \text{3. oblika plinske enačbe}$$

Linearno in prostornino temperaturno raztezanje

# 6) Prostorninsko raztezanje:

•  $V, T$ : začetna prostornina in temperatura snovi

•  $V', T'$ : končna ————— ————— ————— —————

•  $\Delta V \equiv V' - V, \Delta T \equiv T' - T$

$\Rightarrow \Delta V \propto V \Delta T$

$\Rightarrow \boxed{\Delta V = \beta V \Delta T}$

$\beta \equiv$  koeficient prostorninskega temperaturnega raztezanja

$[\beta] = K^{-1}$

•  $\beta \approx 3\alpha$

• za idealne pline:  $\beta = \frac{1}{T}$ , če je  $T$  izražena v K

| snov             | Hg                   | alkohol             | voda pri 0°C          | voda pri 4°C | voda pri 20°C        | glicerin            |
|------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|--------------|----------------------|---------------------|
| $\beta [K^{-1}]$ | $0,18 \cdot 10^{-3}$ | $1,1 \cdot 10^{-3}$ | $-0,07 \cdot 10^{-3}$ | 0            | $+0,2 \cdot 10^{-3}$ | $0,5 \cdot 10^{-3}$ |

• voda med 0°C in 4°C:  $\beta < 0$  (anomalija vode) - voda, ki jo segrevamo, se skrči

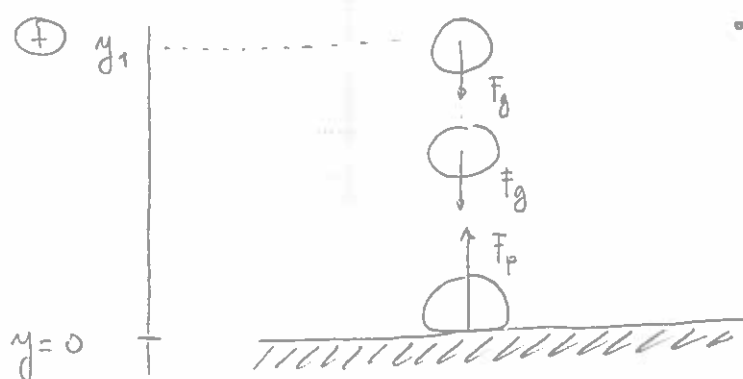
1

Spomnimo se: izred o mehaniki energiji (točkastega telesa)

$$A'' = \Delta W_k + \Delta W_p + \Delta W_{pr}$$

- $A''$ : delo vseh zunanjih sil razen sile teže in sile vzmeti
- $\Delta W_k$ : sprememba kinetične energije
- $\Delta W_p$ : sprememba potencialne energije
- $\Delta W_{pr}$ : sprememba prožnostne energije

Izred o mehaniki energiji ne velja vedno (ne opiše vedno dobro naravo). Primer: bepo plastelina mas  $m$  spustimo, da z višine  $y_1$  pade na tla.



- Sile na plastelino:  $F_g$  in  $F_p$  (silo zračnega upora lahko zanemarimo)
- delo, ki ga opravi sila podlage  $F_p$ :

$$A_p = F_p s_p$$

↳ premik prijemaljša sile podlage

$$s_p = 0 \quad (\text{tla se ne deformirajo})$$

$$\Rightarrow A_p = 0$$

$$\Rightarrow A'' = 0$$

$\Rightarrow$  Izred o mehaniki energiji za ta primer:

$$\underline{0 = \Delta W_k + \Delta W_p} \quad (\Delta W_{pr} = 0)$$

Kakšna pa je v tem primeru energijska bilanca?

- $v_1$  in  $v_2$ : začetna in končna hitrost plastelina

$$v_1 = v_2 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta W_k = W_{k12} - W_{k11} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = 0$$

- $y_1$  in  $y_2$ : začetna in končna višina plastelina

$$y_1 > 0, y_2 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta W_p = W_{p12} - W_{p11} = m g \cdot y_2 - m g \cdot y_1 = -m g y_1 < 0$$

$$\Rightarrow \underline{\Delta W_k + \Delta W_p < 0} \quad (\text{dejanska energijska bilanca v nasprotju z izterom o mehaniki energiji})$$

- Vzrok za neučemerje: kepa plastelina se pri tem, ko pade na tla, deformira  $\Rightarrow$  model točkastega telesa očitno tudi tu ne ustreza več (telo tudi ni več togo)

Popravimo (dopolnimo) izter, da velja splošno:

$$A'' = \Delta W_k + \Delta W_p + \Delta W_{pr}$$



$Q + A'' = \Delta W_k + \Delta W_p + \Delta W_{pr} + \Delta W_n$

Energijski zakon  
(1. zakon TD)

a)  $W_n$ : notranja energija telesa ;  $[W_n] = J$

Spremnimo se:  $W_k = \frac{1}{2} m v^2$  energija, ki jo ima telo zaradi premikanja,  $W_p = m g y$  energija, ki jo ima telo zaradi položaja.

$W_n$ : energija, ki jo ima telo zaradi stanja, v katerem se nahaja. Ko plastelin v zgornjem primeru pade na tla in se deformira, se mu (za malenkost) spremeni  $T$

(TD spremeni stanje telesa)  $\Rightarrow$  se mu spremeni stanje  $\Rightarrow$  se mu spremeni  $W_n$



1.)  $Q$ : toplota ;  $[Q] = J$

3

Plastelin lahko ogrevamo (mu povečamo  $T$ ) z delom sile roke, ki plastelin dvigne na neko višino, s katere potem pade na tla in se ogreje. Bolj enostaven način ogrevanja (in s tem spreminjanja/povečevanja  $W_m$ ) s toploto: plastelin le spravimo v stik s toplejšim telesom (telesom z višjo  $T$ , npr. kuhinjsko ploščo).

Def:  $Q \equiv$  delež energije, ki pri stiku dveh teles brez dela preide iz enega telesa na drugo telo.

2. zakon TD (entropijski zakon): toplota sama od sebe vedno teče iz toplejšega na hladnejše telo (toplotni tok lahko obrnemo z delom)

Primer:  $Q \neq T$

•  $[Q] = J \Leftrightarrow [T] = K, ^\circ C, \dots$

•  $Q$ : mehanizem za spreminjanje energije telesa  
   $\uparrow$   
   $T$ : opis stanja telesa

V nadaljevanju si ogledimo vzalo od obeh količin ( $Q$  in  $W_m$ ), s katerima smo dopolnili izrek o mehaniki energiji, nekoliko bolj podrobno.

# Toplota

## 1. Specifična toplota pri $p = \text{const.}$

Telo mase  $m$  bi pri konstantnem zmanjšan tlaku radi segreti iz  $T_1$  na  $T_2$ . Koliko toplote  $Q$  moramo za to dovesti telesu?

$Q \propto m \Delta T$  ;  $\Delta T = T_2 - T_1$  ; sorazmernostni koeficient odvisen od snovi, ki bi jo radi segrevali

$$Q = c_p m \Delta T$$

$$[c_p] = \text{J/kgK}$$

$c_p$  = specifična toplota snovi pri  $p = \text{const.}$

$c_p$  = toplota, ki jo moramo dovesti 1 kg dane snovi, da jo segrejemo za 1 K (= za  $1^\circ\text{C}$ ) pri  $p = \text{const.}$

$$\begin{aligned} \Delta T > 0 \text{ (telo segrejemo)} &\Rightarrow Q > 0 \text{ (toplota telesu dovedemo)} \\ \Delta T < 0 \text{ (telo ohlajamo)} &\Rightarrow Q < 0 \text{ (toplota telesu odvedemo)} \end{aligned}$$

- enako kot z delom
- velja za toploto na oplošno

Primeri  $c_p$ :

| snov                 | Al  | Fe  | Cu  | Pb  | voda | vodna para | zrak |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|------|------------|------|
| $c_p [\text{J/kgK}]$ | 900 | 450 | 380 | 130 | 4200 | 2000       | 1010 |

## 2. Specifična toplota pri $V = \text{const.}$

Pri segrevanju telesa sedaj poudarimo, da se prostornina telesa ne spreminja ( $V = \text{const.}$ ). Toplota  $Q$ , ki jo moramo

dovesti telesu :

$$Q \propto m \Delta T$$

$$Q = c_v m \Delta T$$

$$[c_v] = \text{J/kg K}$$

$c_v$  = specifična toplota snovi pri  $V = \text{konst.}$

$c_v$  = toplota, ki jo moramo dovesti 1 kg dane snovi, da ga pri  $V = \text{konst.}$

segrejemo za 1 K (za 1°C).

• za kapljevine in trdne snovi:  $c_v \approx c_p$

• za pline:  $c_v < c_p$

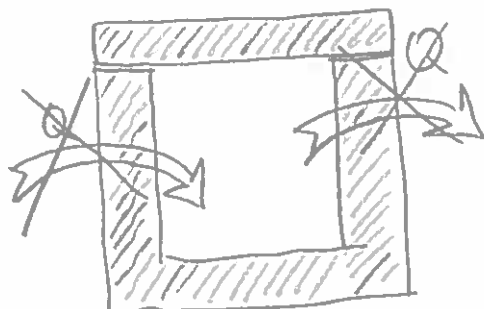
Primer:  $c_v (\text{voda}) \approx 720 \text{ J/kg K}$

Komentar:  $C_p \equiv m \cdot c_p$  : toplotna kapaciteta snovi mase  $m$

$$[C_p] = \text{J/K}$$

Primer: Kalorimetrija - določanje  $c_p$  neznane snovi

• kalorimetrovska posoda: brez toka toplote vanjo ali iz nje



$\Rightarrow$  le izmenjava toplote med telesi v posodi. Primer dveh teles:

$Q_1$ : toplota, ki jo dovedemo (odvedemo) 1. telesu

$Q_2$ : toplota, ki jo odvedemo (dovedemo) 2. telesu

$$\Rightarrow \boxed{Q = Q_1 + Q_2 = 0}$$

- $m_v$ : masa vode
- $T_{v,1}$  in  $T_{v,2}$ : začetna in končna temperatura vode
- $m$ : masa mešanice snovi
- $T_1$  in  $T_2$ : začetna in končna temperatura mešanice snovi
- O. zakon TD:  $T_{v,2} = T_2$

$$Q_1 = m_v c_{p,v} (T_2 - T_{v,1})$$

$$Q_2 = m c_p (T_2 - T_1)$$

$$\Rightarrow m_v c_{p,v} (T_2 - T_{v,1}) + m c_p (T_2 - T_1) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{c_p = - c_{p(\text{vode})} \frac{m_v}{m} \frac{(T_2 - T_{v,1})}{(T_2 - T_1)} = c_{p(\text{vode})} \frac{m_v}{m} \frac{(T_{v,1} - T_2)}{(T_2 - T_1)}}$$

### 3. Talilna toplota:

- $T_x$ : temperatura tališča (tališče)  $\equiv$  temp., pri kateri snov pri zmanjšan tlaku  $p$  ob dovajanju toplote preide iz trdnega faze (agregatnega stanja) v tekočo fazo (agregatno stanje)

- $m$  : masa snovi
- $Q$  : toplota, ki jo moramo dovesti

$Q \propto m$  ; sorazmernostni koeficient odvisen od snovi (in tlaka, pri katerem poteka faza prehod)

$$Q = q_t m$$

$$[q_t] = \text{J/kg}$$

$q_t$  = talilna toplota snovi

$q_t$  = toplota, ki jo moramo pri tlaku  $p$  dovesti 1 kg dane snovi pri  $T = T_t$ , da iz trdne faze preide v tekočo

Za obratni prehod (strjevanje, prehod iz tekoče v trdno fazo):

$Q = -q_t m$  ;  $Q < 0$ , toplota moramo odvzeti

• Primer:  $p \approx 1 \text{ bar}$ ,  $T_t = 0^\circ\text{C}$  :  $q_t(\text{vode}) \approx 336 \text{ kJ/kg}$

#### 4. Izparilna toplota

- $T_v$  : temperatura vrelišča (vrelišče)  $\equiv$  temp., pri kateri snov ob dovajanju toplote preide iz kapljevinaste faze v plinasto

$T_v = T_v(p)$  :  $p \uparrow \rightarrow T_v \uparrow$  (snov zavre pri višji  $T$ )  
 $p \downarrow \rightarrow T_v \downarrow$  (— — — — — nižji  $T$ )

- $m$ : masa snovi
- $Q$ : toplota, ki jo moramo dovesti

$Q \propto m$ ; sorazmernostni koeficient (spet) odvisen od snovi in tlaka, pri katerem poteka fazi prehod

$$Q = q_i m \quad [q_i] = \text{J/kg}$$

$q_i$  = izparilna toplota snovi

$q_i$  = toplota, ki jo moramo pri tlaku  $p$  dovesti 1 kg dane snovi pri  $T = T_v$ , da iz kapljevinaste faze preide v plinasto

Za obratni prehod (kondenzacija):

$$Q = -q_i m; \quad Q < 0, \text{ toplota moramo odvesti}$$

- Primer:  $p = 1 \text{ bar}$ ,  $T_v = 100^\circ\text{C}$ ;  $q_i(\text{vode}) \approx 2,24 \text{ MJ/kg}$

### 5. Sežigna toplota

- gorenje = spajanje s kisikom; kadar reakcija poteka sama od sebe, telo odda toploto ( $Q < 0$ )
- $m$ : masa snovi, ki zgori
- $Q$ : toplota, ki jo pri tem odda snov

$Q \propto -m$ ; sorazmernostni koeficient odvisen od snovi, ki zgori

$$Q = -q_s m$$

$$[q_s] = \text{J/kg}$$

(9)

$q_s$  = sešigna toplota snovi

$q_s$  = toplota, ki se sprosti, ko zgori 1 kg dane snovi (absolutna vrednost toplote, ki jo odda 1 kg dane snovi, ko zgori)

| snov                | premog               | les                  | bencin          | mast            | sladkor         | mleka           |
|---------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $q_s [\text{J/kg}]$ | $\sim 20 \cdot 10^6$ | $\sim 10 \cdot 10^6$ | $40 \cdot 10^6$ | $39 \cdot 10^6$ | $17 \cdot 10^6$ | $15 \cdot 10^6$ |

- $|Q| = |-q_s m| = q_s m \equiv$  energijska vrednost snovi (npr. živila)

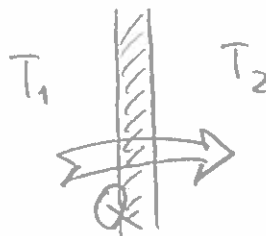
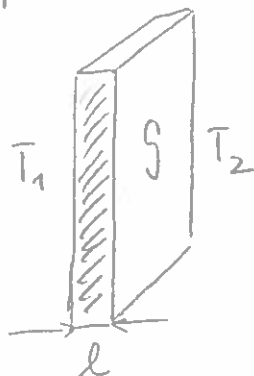
- hranilna vrednost = energijska vrednost  $\times$  izkoristek  
(izkoristek: kolikšen del  $|Q|$  lahko telo izkoristi)

- $[q_s m] = \text{cal}$  ;  $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$   
 $1 \text{ kcal} = 4200 \text{ J}$

- poraba :  $5 \text{ MJ/dan} - 20 \text{ MJ/dan}$

# Prevajanje toplote

Preprosta planarna geometrija: stena površine  $S$  in debeline  $l$ ,  
 $T_1$  in  $T_2$  temperaturi na eni in drugi strani,  $T_1 > T_2$ .



V skladu z 2. zakonom TD (entropijskim): toplota  $Q$  iz območja  
 $\Delta T_1$  v območje  $\Delta T_2$ .

$P$ : toplotni tok;  $P \equiv \frac{Q}{t}$  (količina toplote, ki preide skozi  
 steno na enoto časa)

$$[P] = \frac{J}{s} = W (vat)$$

$P \propto S \frac{\Delta T}{l}$ ;  $\Delta T = T_1 - T_2$ ; sorazmernostni koeficient odvisen od  
 snovi (materiala), iz katere je stena

$$P = \lambda S \frac{\Delta T}{l}; [\lambda] = W/mK$$

$\lambda$  = toplotna prevodnost

- velik  $\lambda$ : snov toplotni prevodnik
- majhen  $\lambda$ : -||- -||- izolator

če kečkovini miringeta

| snov             | Ag  | Cu  | Fe | Hg  | beton, steklo | les, opeka | vroda | zrak  |
|------------------|-----|-----|----|-----|---------------|------------|-------|-------|
| $\lambda [W/mK]$ | 410 | 380 | 50 | 814 | 0,9           | ~0,6       | 0,6   | 0,024 |



## Notranja energija

Do zdaj smo si precej natanko ogledali toploto, v nadaljevanju pa si ogledimo še, kolikšna je sprememba  $W_n$ .

a) Idealni plini: za poljubno spremembo idealnega plina velja, da je sprememba njegove notranje energije

$$\Delta W_n = m c_v \Delta T.$$

Potop: sprememba je poljubna (ne nujno pri  $V = \text{konst.}$ )

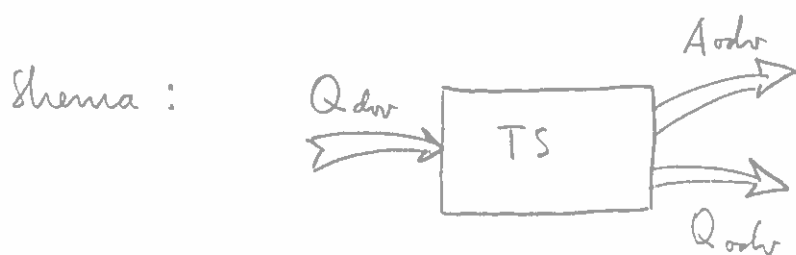
b) Trdne snovi in kapljevine: za trdne snovi in kapljevine (brez faznih prehodov) v zelo dobrem približku velja

$$\Delta W_n = m c_p \Delta T.$$

## Toplotni stroji

Primeri toplotnih strojev (TS): termoelektrarne, jedrske elektrarne, avtomobilski motorji

Osnovna ideja: TS dovedemo toploto ( $Q_{dov}$ ), stroj pa v zamenj odda delo ( $A_{odh}$ )



$$\text{Velja: } Q_{dov} + A_{odh} + Q_{odb} = 0 \quad \Rightarrow \quad Q_{dov} - |A_{odh}| - |Q_{odb}| = 0$$

$$A_{odh}, Q_{odb} < 0, Q_{dov} > 0$$

$$\Rightarrow |A_{odv}| = Q_{dov} - |Q_{odv}|$$

3

Yžkoviste TS:

$$\eta_{TS} \equiv \frac{|A_{odv}|}{Q_{dov}} \quad ; \quad [\eta_{TS}] = /$$

$$\eta_{TS} \geq 0$$

$$\eta_{TS} = \frac{Q_{dov} - |Q_{odv}|}{Q_{dov}} = 1 - \frac{|Q_{odv}|}{Q_{dov}} \leq 1$$

Maksimalni možni yžkoviste TS:

$$\eta_{TS} \leq \eta_{TS, \max} = 1 - \frac{T_{odv}}{T_{dov}} \quad ; \quad [T_{odv}] = [T_{dov}] = K$$

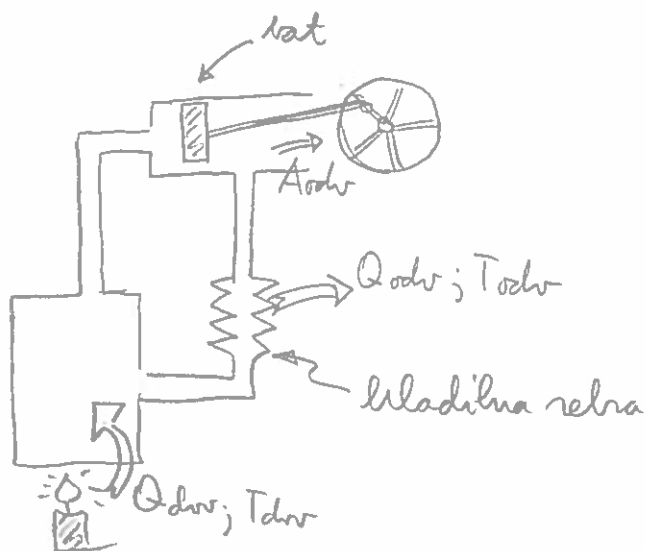
$T_{odv}, T_{dov} > 0$  (3. zakon TD)

$$\Rightarrow \eta_{TS} < 1$$

$$\Rightarrow \boxed{0 \leq \eta_{TS} < 1}$$

Yžkovistai v termoelektrarnah ali yžvolskih elektrarnah:  $\approx 40\%$   
(zelo dobri yžkovistai).

Primer: TS na vroč vzrak





## 1. Električni tok

Električni tok po žicah (vodnikih):

### a) Toplotni učinki

- žica se segreje in se zato podaljša (glej poglavje o temperaturnem raztezanju)
- nitka v žarnici se tako močno segreje, da razsvetli

### b) Magnetni učinki

- med dvema vzporednima žicama, po katerih teče tok, se pojavi sila (odbojna, če sta tokova vzporedna in privlačna, če sta tokova nasprotna)
- magnetna igla, ki ponavadi kaže v smeri sever-jug se v bližini žice s tokom orientira pravokotno na žico.

Poleg toplotnih in magnetnih učinkov obdajajo se

### c) Kemijski učinki

- pod vplivom el. toka potekajo nekatere kemijske reakcije, ki drugače ne bi, npr. elektroliza vode:  $2\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{H}_2 + \text{O}_2$

## Jakost električnega toka

- Jakost električnega toka (el. tok)  $I$ : merilo za intenziteto učinkov el. toka
- $I$ : osnovna količina (poleg  $m, t, l$  in  $T$ )  $\Rightarrow$  potrebna definicija enote A (amper):
  - dva zelo dolga ( $l_1, l_2 \gg 1\text{ m}$ ) vzporedna ravna vodnika na razdalji  $1\text{ m}$
  - po vodnikih enak tok:  $I_1 = I_2 = I$
  - def: če je sila 1. vodnika na  $1\text{ m}$  2. vodnika  $2 \cdot 10^{-7}\text{ N}$   
 $\Rightarrow I = 1\text{ A}$

## Smer električnega toka

- el. tok lahko enosmeren (ves čas v isto smer) ali izmeničen
- za definicijo smeri el. toka spet uporabimo magnetni način: naj bo vodnik s tokom pravokoten na list z žepnim:



- magnetna igla: pol magnetne igle, ki se (daleč stran od žice s tokom in krajnih magnetov) usmeri proti zemeljskemu severu, imenujemo severni pol igle, nasprotni pa je južni pol igle

sever (N - north)



=

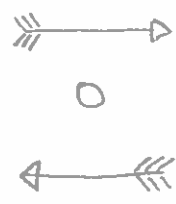


jug (S - south)

- denimo, da je igla, ko jo zvrha približamo vodniku, s severnim polom usmeri v desno:



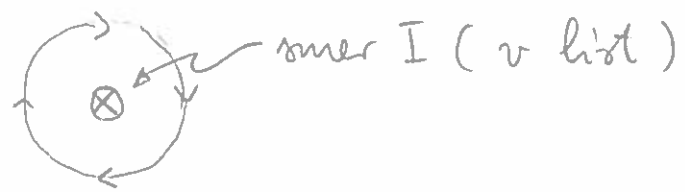
- ko jo vodniku približamo od spodaj, se menja orientacija obine:



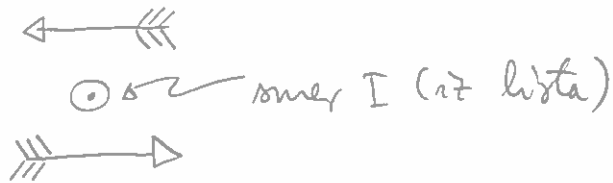
- razkrožimo okoli vodnika v smeri, ki nam jo naveduje magnetna igla:



- def: smer toka  $I$  sovpada s smerjo desnega vijaka, ki ga vrtno v smeri kroženja:



- ob obratni orientaciji magnetne igle je smer  $I$  iz lista:



Elektrickí toč teč po (sklenjivem) elektrickém točárovu,  
v katerem so vključeni različni elementi. Simboli  
za nekatere izmed elementov:

- generator enosmernega toka (napetosti):



- generator izmeničnega toka (napetosti):



- vodnik (žica):



- žarnica:



- splošni porabnik (uporabnik):



- kondenzator:



- tuljava:



- amperimeter (merilec (jakosti) el. toka):

(5)



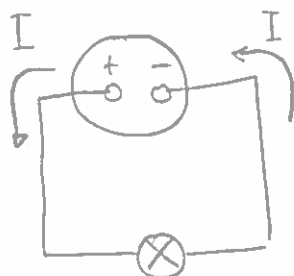
- voltimeter (merilec gonilne napetosti generatorja ali padca napetosti na porabniku):



- stikačo:



Primer:



- + in - na priključkih generatorja sta označena tako, da generator poganja  $I$  od + proti -

### Električni naboj $q$

- naj bo  $I$  konstanten (enomeren, konstantne jakosti)  $\Rightarrow$

def.:  $\boxed{q \equiv It}$  ali  $I = \frac{q}{t}$  ;  $[q] = As$

### Električno delo, električna moč in el. napetost

- definiramo, da generator po tozelenarogu pogonja konstanten enomerni tok. Električno delo  $A_{el}$ , ki ga pri tem opravi generator, je sorazmerno pretoku naboja:

$$A_{el} \propto q ,$$

sorazmernostni koeficient  $U$  pa imenujemo napetost generatorja:

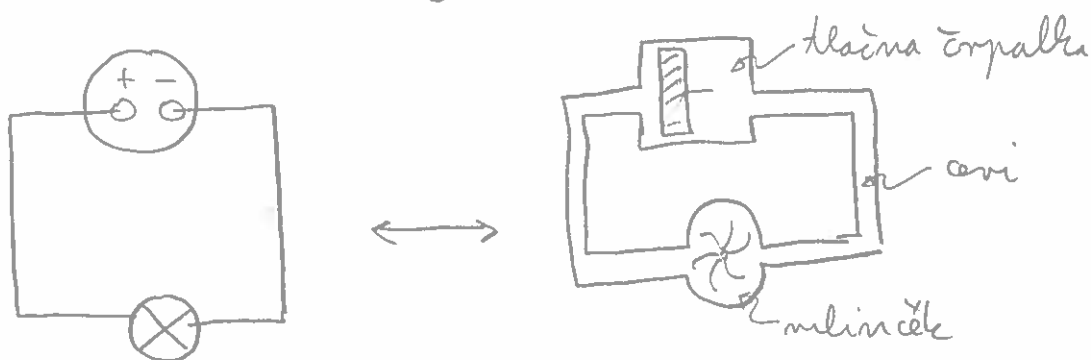
$$A_{el} = Uq \Rightarrow \boxed{U \equiv \frac{A_{el}}{q}} ; [U] = V(\text{volt})$$

$$\Rightarrow [A_{el}] = [U][q] = VA_s = \gamma$$

Po drugi strani je enota za delo  $\gamma = Nm$  (v mehanških enotah)

$$\Rightarrow VA_s = Nm \Leftrightarrow N = \frac{VA_s}{m}$$

• priporočila za el. tokokrog: vodni tokokrog



| El. tokokrog   |                       | Vodni tokokrog                                                                    |
|----------------|-----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| $I$            | $\longleftrightarrow$ | $\Phi_m = \frac{m}{t}$ (masni pretok vode, količina pretokene vode na enoto časa) |
| $q$            | $\longleftrightarrow$ | $m$ (masa pretokene vode)                                                         |
| $U$            | $\longleftrightarrow$ | $\Delta p$ (tlačna razlika, ki jo ustvari črpalka)                                |
| generator      | $\longleftrightarrow$ | tlačna črpalka                                                                    |
| vodniki (žice) | $\longleftrightarrow$ | cevi                                                                              |

• el. moč (def.):  $\boxed{P_{el} \equiv \frac{A_{el}}{t}}$  (v primeru konstantnega enosmernega toka)



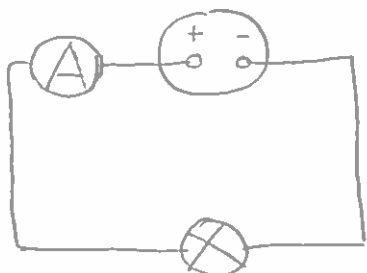
$$\Rightarrow \boxed{P_{el} = \frac{Uq}{t} = \frac{UIx}{x} = UI} ; [P_{el}] = VA$$

(7)

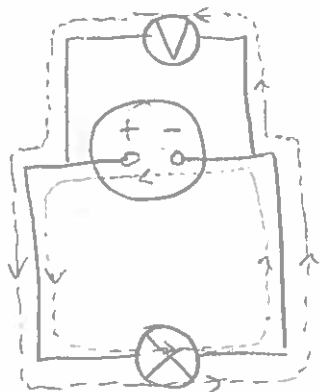
Po drugi strani je enota za moč  $W$  (vat)  $\Rightarrow$

$$W = VA \text{ (izražen v el. enotah).}$$

### Merjenje el. toka in napetosti

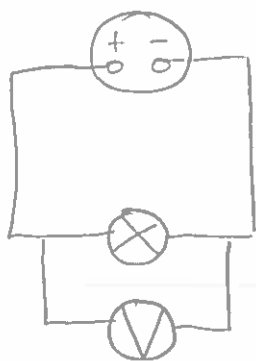


- tok, ki ga poganja generator, izmerimo z amper-metrom
- A-meter priključimo zaporedno z generatorjem: tako, da generatorjem ali pred njim



- gonilno napetost generatorja izmerimo z volt-metrom
- V-meter priključimo vzporedno z generatorjem (V-meter in generator sta vezana vzporedno,

ker imamo na razpolago dva tokokrog, rdečega in modrega, oba sklenjena, pri čemer pa gre rdeči le skozi generator in modri le skozi V-meter)

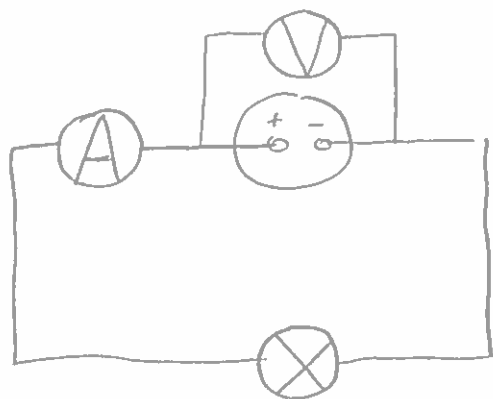


- padec napetosti na žarnici (porabnik) prav tako izmerimo z V-metrom
- V-meter priključimo vzporedno s porabnikom.

# Olmov zakon in električna upornost

8

Poskus:



- spreminjamo gonilno napetost  $U$  generatorja

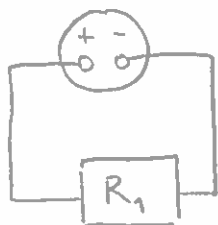
$$\Rightarrow \boxed{I \propto U} \text{ Ohmov zakon}$$

- sorazmernostni koeficient  $R$ : el. upornost tokokroga

$$\boxed{U = RI} \quad [R] = \Omega \text{ (om)}$$

$$\Rightarrow R = \frac{U}{I} \Rightarrow [R] = \frac{[U]}{[I]} = \frac{V}{A}$$

Primer:



- porabnik + upornostjo  $R_1$
- $R_{\Sigma}$ : upornost žic
- $R_m$ : notranja upornost generatorja
- $R_m, R_{\Sigma} \ll R_1$

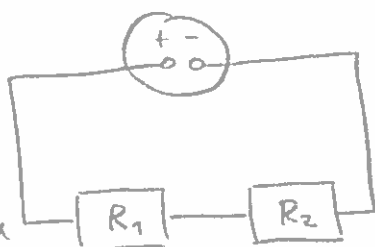
$$\Rightarrow R = R_1$$

$\hookrightarrow$  upornost celotnega tokokroga

## Zaporedna in vzporedna vezava porabnikov (upornikov)

### a) zaporedna vezava

- cel krog po tokokrogu: nujno šli oboje porabnika

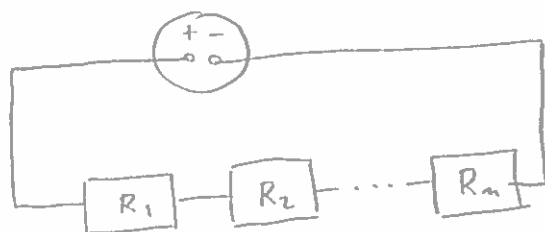


- $R_1, R_2$  upornosti porabnikov

- $R_m, R_{\Sigma} \ll R_1, R_2$

$$\Rightarrow \boxed{R = R_1 + R_2}$$

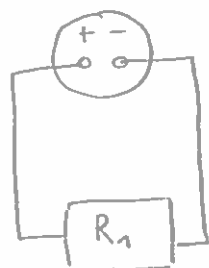
Posplošitev na več porabnikov:



$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

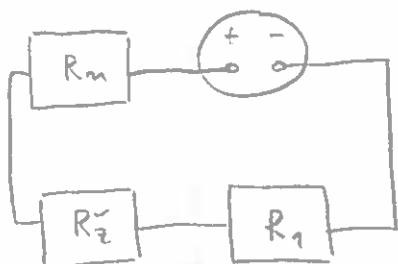
$\Rightarrow$  skupna upornost  $R$ : vsota posameznih upornosti zaporedno vezanih porabnikov

Primer:



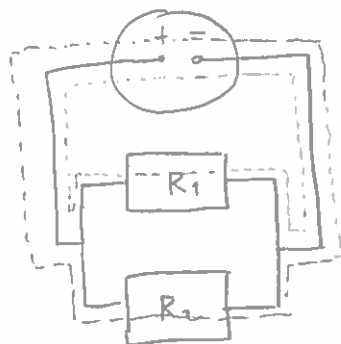
•  $R_n$  in  $R_{\check{z}}$  nista zanimljiva v primerjavi z  $R_1$

$\Rightarrow$  nadomestna shema:



$$R = R_1 + R_n + R_{\check{z}}$$

b) vzporedna vezava

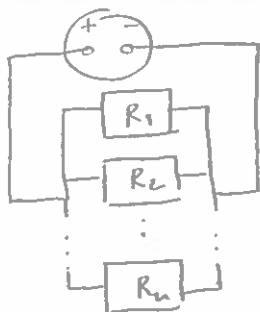


• vzporedna vezava: dva sklenjena tokokroga, kjer le skori  $R_1$  (ne pa skori  $R_2$ ), podobno le skori  $R_2$  (ne pa skori  $R_1$ )

$$R_n, R_{\check{z}} \ll R_1, R_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

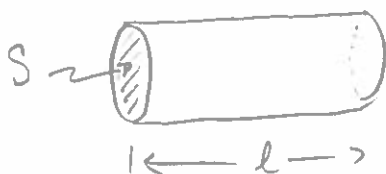
Posplošitev na več vzporedno vezanih porabnikov:



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

⇒ sestevanje obratnih upornosti (prevodnosti) pri vzporedni vezavi  
 \* glej še primer na naslednji strani (10.a)

### Specifična upornost



- homogen valj dolžine  $l$  (npr. žica)
- $S$  preseč (površina osnovne ploskve)
- $R_1$ : upornost valja

⇒  $R_1 \propto \frac{l}{S}$  ; sorazmernostni koeficient  $\xi$  (grška črta "zeta")  
 odvisen od materiala, iz katerega je valj ;

$$R_1 = \xi \frac{l}{S}$$

$\xi$ : specifična upornost materiala

$$[\xi] = \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$$

- model: Armina z žebelji (nagujena fakirca podelja), po kateri gnetemo frmižole
- velika  $\xi$ : el. izolatorji
- majhna  $\xi$ : el. prevodniki ( $\frac{1}{\xi} = \lambda_{el}$  = el. prevodnost)

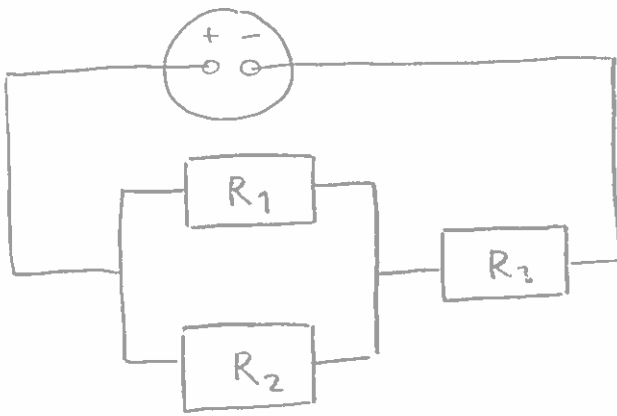
el. prevodniki

el. izolatorji

| snov                                                      | Ag    | Cu    | Al    | Fe  | PVC       | steklo              | kremen               |
|-----------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-----|-----------|---------------------|----------------------|
| $\xi \left[ \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \right]$ | 0,015 | 0,017 | 0,026 | 0,1 | $10^{17}$ | $10^{16} - 10^{20}$ | $0,75 \cdot 10^{24}$ |

- najboljši el. prevodniki tudi najboljši toplotni prevodniki ⇒ prodoben mehanizem prenašanja  $Q$  in  $I$

Primer



$$\bullet R_1, R_2, R_3 \gg R_{\text{Z}}, R_{\text{m}}$$

10.a

$$\bullet \frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \Rightarrow R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\bullet R = R_{12} + R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1 + R_2}$$

Primer: bakrena žica dolžine 100 m in s prečnim presekom  $1 \text{ mm}^2$ :

$$R_z = \frac{0.017 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot 100 \text{ m}}{1 \text{ mm}^2} = 1.7 \Omega$$

(11)

Odrisnost  $\xi$  od  $T$ :

- $T$  in  $\xi$ : temperatura in spec. upornost materiala na začetku
- $T'$  in  $\xi'$ : končna temperatura in spec. upornost materiala
- $\Delta T \equiv T' - T$ ,  $\Delta \xi = \xi' - \xi$

$\Rightarrow \Delta \xi \propto \xi \Delta T$ ; sorazmernostni koeficient odvisen od materiala

$$\Delta \xi = \alpha_\xi \xi \Delta T$$

$\alpha_\xi$ : temperaturni koeficient spec. upornosti

$$[\alpha_\xi] = \text{K}^{-1}$$

(spominimo se:  $\Delta l = \alpha_l l \Delta T$ )

| snov                                       | Ag | Cu | Al | Fe | oglj. |
|--------------------------------------------|----|----|----|----|-------|
| $\alpha_\xi [\cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}]$ | 36 | 39 | 49 | 50 | -5    |

Električna moč, ki jo troši prevodnik

•  $R_1$ : el. upornost prevodnika

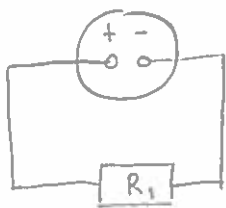
•  $I_1$ : tok skozi prevodnik

•  $P_{R_1}$ : el. moč, ki jo troši prevodnik

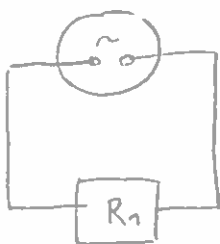
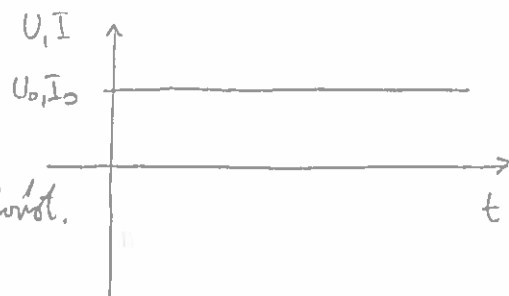
$$\left. \begin{array}{l} P_{R_1} = I_1^2 R_1 \\ [P_{R_1}] = \text{A}^2 \Omega \\ = \frac{\text{A}^2 \text{V}}{\text{A}} \\ = \text{VA} \\ = \text{W} \end{array} \right\}$$

## Upornik v tokokrogu z izmeničnim tokom

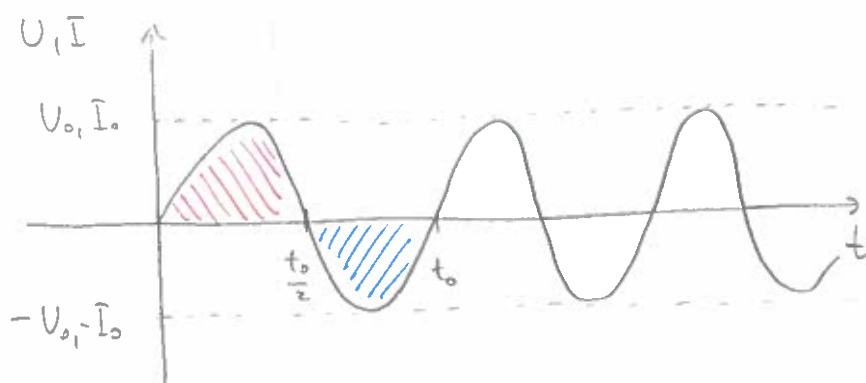
12



- $U = U_0 = \text{konst.}$
- $R \approx R_1$
- $I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} = \frac{U_0}{R_1} = I_0 = \text{konst.}$



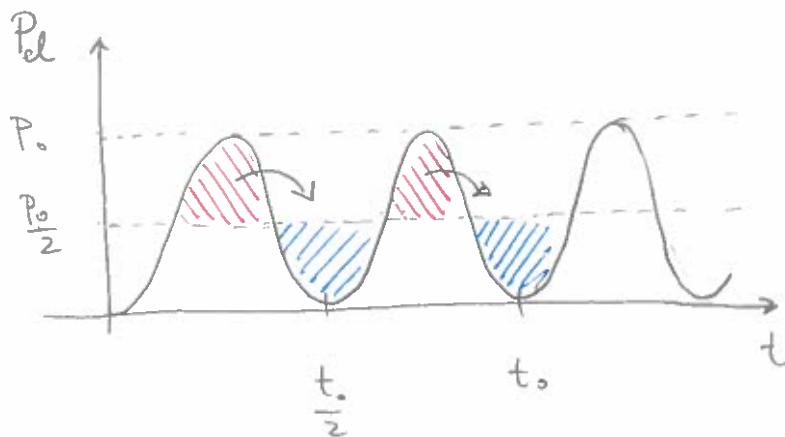
- $U = U_0 \sin(2\pi\nu t)$  : (sinusna) izmenična napetost
- $R \approx R_1$
- $\bar{I} = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} \sin(2\pi\nu t) = \bar{I}_0 \sin(2\pi\nu t)$  ;  $\bar{I}_0 = \frac{U_0}{R}$



$$\bar{I} = 0$$

$$\bar{U} = 0$$

$$P_{el} = UI = \overbrace{U_0 \bar{I}_0}^{P_0} \sin^2(2\pi\nu t) = P_0 \sin^2(2\pi\nu t)$$



$$\begin{aligned} \overline{P_{el}} &= \frac{P_0}{2} \\ &= \frac{U_0 \bar{I}_0}{2} \\ &= \frac{U_0 \bar{I}_0}{\sqrt{2} \sqrt{2}} \\ &= \frac{U_0}{\sqrt{2}} \frac{\bar{I}_0}{\sqrt{2}} \\ &= \underbrace{\frac{U_0}{\sqrt{2}}}_{U_{eff}} \underbrace{\frac{\bar{I}_0}{\sqrt{2}}}_{I_{eff}} \end{aligned}$$

Primer: omrežje  $\nu = 50 \text{ Hz}$

13

$$U_{\text{ef}} = 220 \text{ V} \Rightarrow U_0 = 220 \text{ V} \cdot \sqrt{2} \approx 310 \text{ V}$$

Podobno z močjo, ki jo kroži prevodnik, ko tok teče izmenični tl:

- $R_1$ : upornost prevodnika

- $I_1 = I_{1,0} \sin(2\pi\nu t)$   
 $\quad \quad \quad \underbrace{\quad}_{P_{R1,0}}$

$$\Rightarrow P_{R_1} = I_1^2 R_1 = \underbrace{I_{1,0}^2}_{P_{R1,0}} R_1 \sin^2(2\pi\nu t) = P_{R1,0} \sin^2(2\pi\nu t)$$

$$\Rightarrow \bar{P}_{R_1} = \frac{P_{R1,0}}{2} = \frac{I_{1,0}^2 R_1}{2}$$

Lepe lastnosti izmeničnega toka in napetosti:

1) enostavni generatorji

2) elegantni elektromotorji

3) transport na velike razdalje (transformiranje)

} indukcija



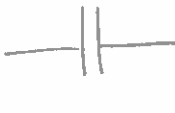
## 2. Električno polje

1

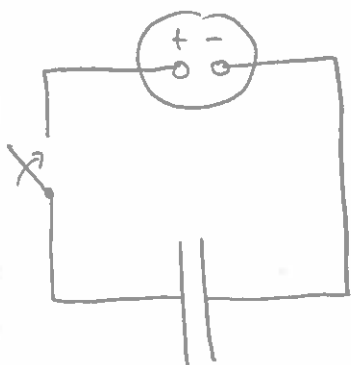
### El. kondenzatorji (zbiralniki naboja)

- nadaljujemo s priropodobitvijo za električni tokokrog

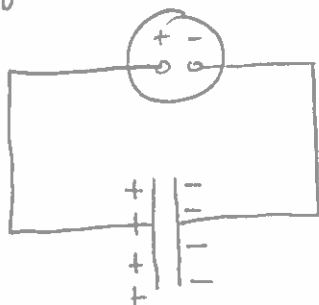
Električni tokokrog  $\longleftrightarrow$  Vodni tokokrog  
 električni kondenzator  $\longleftrightarrow$  vodni zbiralnik

- simbol za kondenzator: 

Primer:



Ko stikalo sklenemo, po tokokrogu steče (kratkotrajen) tok: na elektrodo kondenzatorja, ki je priključena na + generatorja, pride nekaj naboja (na tej elektrodi je več naboja), iz elektrode, ki je priključena na - generatorja, pa nekaj naboja odteče (na tej elektrodi je primanjkljaj naboja):



Druhá interpretácia:

- višok naboja  $\equiv$  presežok pozitívneho naboja
- primanjivaf naboja  $\equiv$  presežok negatívneho naboja

### Kapaciteta kondenzátoru

- $U$ : gonilná napätosť
- $q$ : absolútna viednosť (presežok) naboja na vodiči izmed elektrod kondenzátoru

$$q \propto U$$

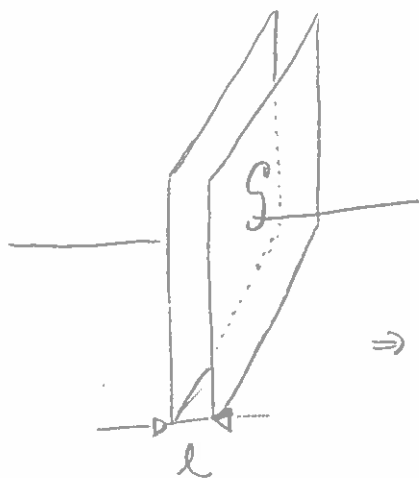
- $C$ : sozmerovnosť koeficient  $\equiv$  kapaciteta kondenzátoru

$$\boxed{q = CU}$$

ali

$$C \equiv \frac{q}{U} \Rightarrow [C] = \frac{As}{V} = F \text{ (farad)}$$

Primer: plošči kondenzátor



- $S$  = površina vrste izmed plošč
- $l$  = vzdalga med ploščama
- med ploščama prazen prostor

$$\Rightarrow \boxed{C = \frac{\epsilon_0 S}{l}}$$

- $\epsilon_0 \approx 8,9 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$  : influenčna konstanta

(konst. el. poľa; dielektricitosť vakuumu)

Primer!  $S = 1 \text{ m}^2, l = 1 \text{ cm} \Rightarrow C = 8,9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot \frac{1 \text{ m}^2}{10^{-2} \text{ m}} = 8,9 \cdot 10^{-10} \frac{\text{As}}{\text{V}} \approx 1 \text{ nF}$  (3)

## Snov (izolator) med elektrodama

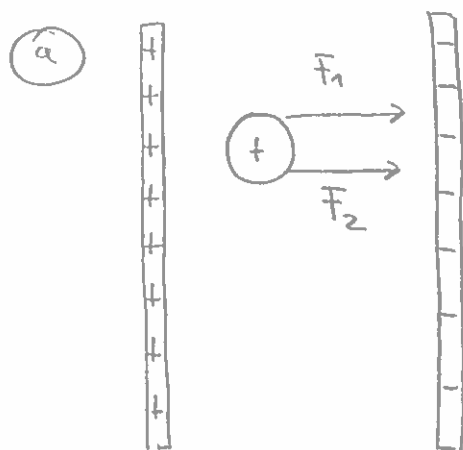
- $C \rightarrow \epsilon C$ ;  $\epsilon \equiv$  dielektričnost snovi;  $[\epsilon] = 1$

| snov       | (vakuum) | zrak     | steklo | voda |
|------------|----------|----------|--------|------|
| $\epsilon$ | 1        | $\sim 1$ | 4-10   | 80   |

- ploščati kondenzator:  $C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{l}$

## Električna sila

- Kroglico in kondenzator približamo; nato kroglico damo med plošči kondenzatorja; levimo, da je kroglica na svetli nabita pozitivno.
- Kroglico odbija levo in desno med ploščama.
- Razlaga: med telesi s presežkom istoznačnega naboja deluje odbojna električna sila, med telesi z nabojem nasprotnega predznaka pa je d. sila privlačna.



- $F_1$ : sila pozitivno nabite plošče na pozitivno nabito kroglico
- $F_2$ : sila negativno nabite plošče na pozitivno nabito kroglico

$\Rightarrow$  kroglico odnese do negativno nabite plošče

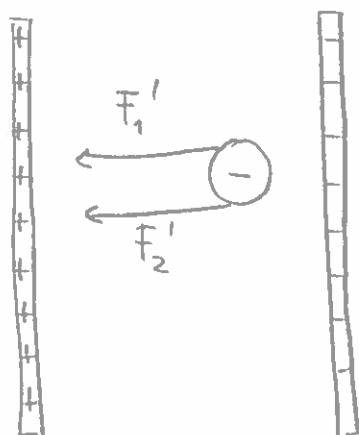


$$F_1, F_2 > 0$$

(4)

- ko  $\alpha$  kroglica zaleti v neg. nabito ploščo, preideh + naboj  
steče s kroglice, s plošče na kroglico pa minee preideh  
- naboj

(b)



- $F_1'$ : sila pozitivno nabite plošče na negativno nabito kroglico
- $F_2'$ : sila negativno nabite plošče na negativno nabito kroglico
- $\Rightarrow$  kroglico odnes do pozitivno nabite plošče

$$F_1', F_2' < 0 \text{ (smerni)}$$

- ko  $\alpha$  kroglica zaleti v pozitivno ploščo,  $\alpha$  pridruži  
njenege naboj obrne  $\Rightarrow$  spet smo pri koraku (a);
- in tako naprej...

gledat el. polja

- Alternativna interpretacija zgornjega procesa: nabiti  
telesi (plošči kondenzatorja) spreminita lastnosti  
prostoru v svoji okolici (ustvarita električno polje).  
Na nabito telo (kroglico) v el. polju deluje električna  
sila.

(5)

- $F_{el}$ : skupna el. sila na kroglico

- $q$ : naboj kroglice

$\Rightarrow$  def:  $E \equiv \frac{F_{el}}{q}$ ; jakost el. polja

$$[E] = \frac{N}{As} = \frac{VAs}{mAs} = \frac{V}{m}$$

- smer:  $E \parallel F_{el}$  na pozitivno nabito telo (če je  $q > 0$ ).

Primer:  $E$  med ploščama ploščatega kondenzatorja

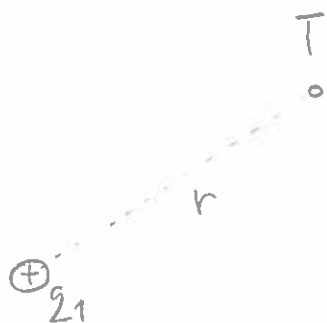
- $E = \frac{U}{l}$

- smer od + nabite plošče proti - nabiti

- med ploščama polje  $\approx$  homogeno

- inveni  $E \approx 0$

Primer:  $E$  v okolici drobnega naboja (dimenzija naboja  $\ll r$ )



- $E = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

- $q_1 > 0$ :  $E$  stran od  $q_1$

- $q_1 < 0$ :  $E$  proti  $q_1$

- v točko  $T$  postavimo drobno telo z nabojem  $q_2 \Rightarrow$   
na  $q_2$  deluje el. sila (sila el. polja  $E$ )

$$F_{el} = q_2 E = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Coulombov zakon

## Energija kondenzatorja (el. polja)

- Ko se kondenzator napolni, generator opravi el. delo  $A_{el}$
- Energijski račun:  $A_{el} = \Delta W_c$
- Energija kondenzatorja:  $W_c = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$
- $q_1 = 0$  (začetni naboj na ploščah praznega kondenzatorja)
- $q_2 = q \neq 0$  (končni naboj na ploščah nabitega kondenzatorja)

$$\Rightarrow A_{el} = \frac{q_2^2}{2C} - \frac{q_1^2}{2C} = \frac{q^2}{2C} = W_{c12}$$

$$\Rightarrow W_{c12} = \frac{q^2}{2C} = \frac{(CU)^2}{2C} = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} C (E_2 l)^2$$

končna faldost el. polja

Za ploščati kond.:  $W_{c12} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{l} E_2^2 l^2 = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 S l E_2^2 = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 V E_2^2$

Pri čemer je

- $V$  prostornina med ploščama kondenzatorja
- $V = ll$  el. polja (zunaj ni el. polja)

$$\Rightarrow \boxed{W_E = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 V E^2 : \text{energija el. polja}}$$

Magnetna sila

1

Spomnimo se:

- električno polje  $E$  ( $\vec{E}$ ) v okolici telesa s presečkom (pozitivnega ali negativnega) naboja
- el. sila  $F_e$  ( $\vec{F}_e$ ) na telo z nabojem  $q$  v el. polju  $E$  ( $\vec{E}$ )

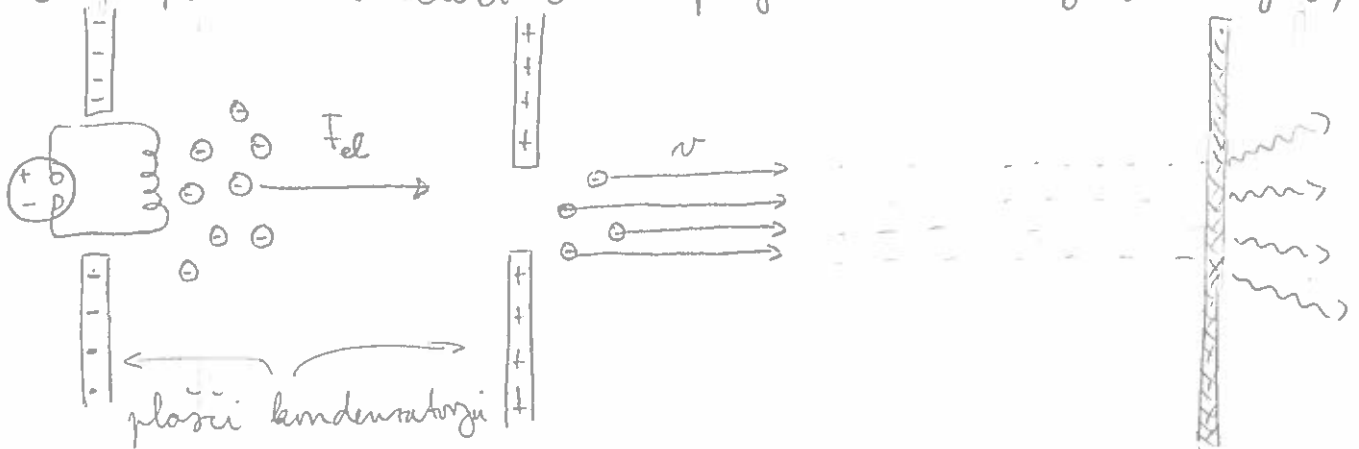
$$F_{el} = q E \quad (\vec{F}_{el} = q \vec{E})$$

Pozkus: katodna cev

- elektroni  $e$  (nabitni delci z nabojem  $q = -q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ ) izhajajo iz žilke s tokom



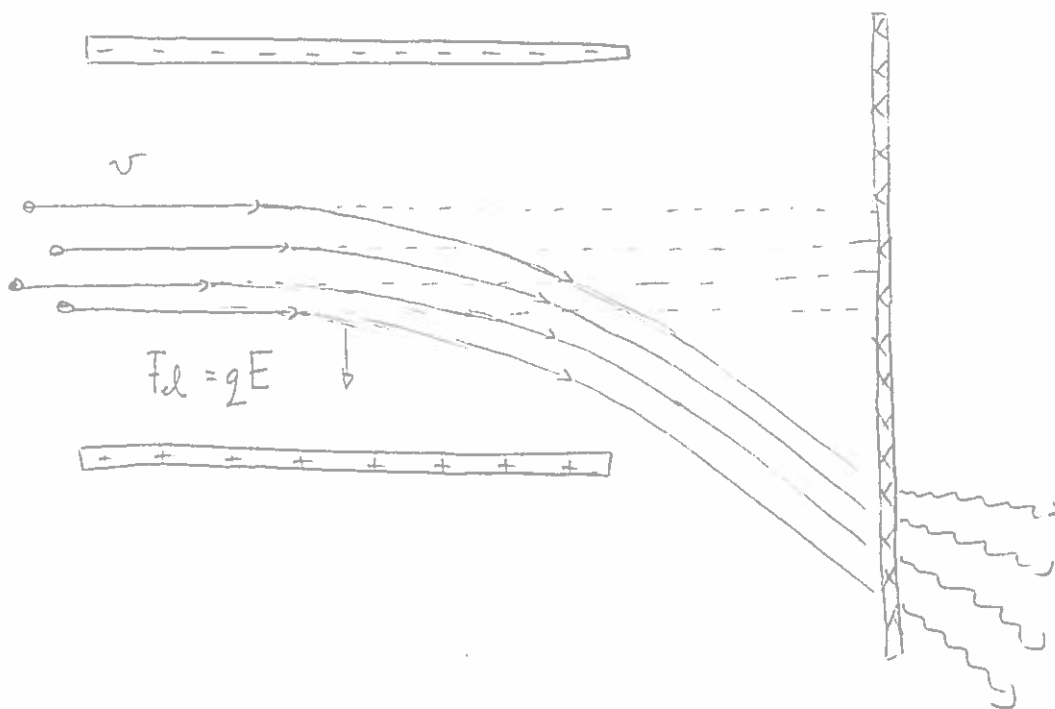
- $e^-$  pospešimo v električnem polju kondenzatorju (z luknjico)



- iz luknjice curk  $e^-$  s hitrostjo  $v$ ; kadar curk zadane steno katodne cevi, dobimo svetlečo piko

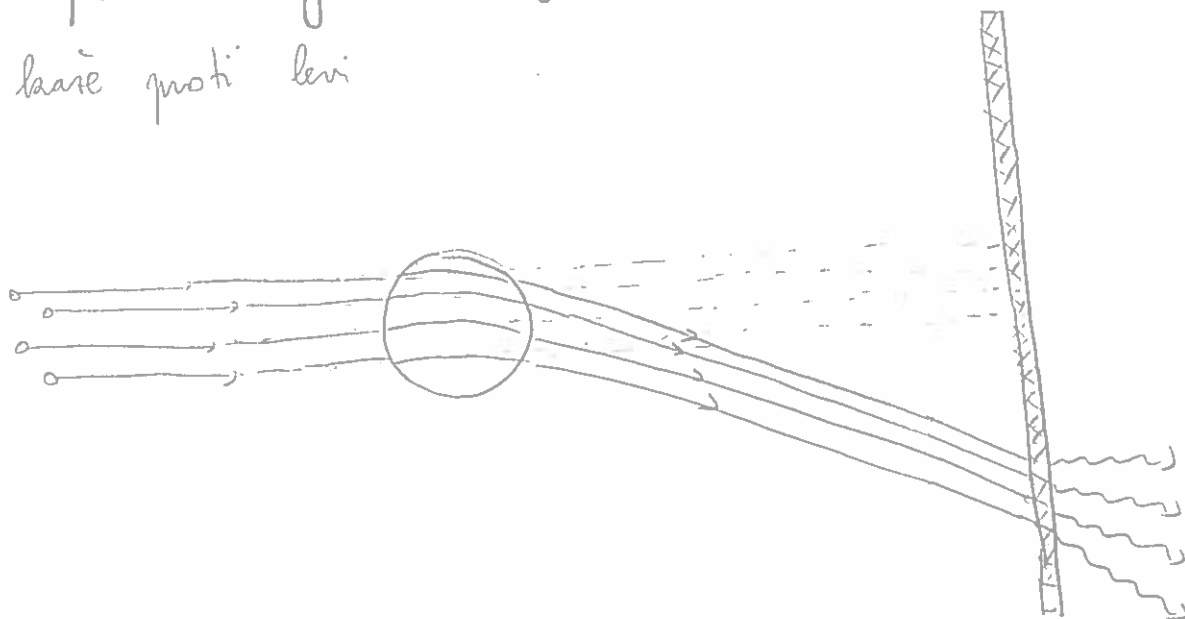
↑  
steklena  
stena

- curke  $e^-$  med vodoravnima ploščama (dodatnega) kondenzatorja: svetleča piška se odkloni navzgor ali navzdol (odvisno od tega, na kateri plošči je pozitivni naboj), npr.



- premik piške je posledica električne sile (sile el. polja med ploščama kondenzatorja na  $e^-$ )

- enak učinek dožemo, če curku  $e^-$  vodoravni smeri približamo dipolni magnet (magnetno iglo), pri čemer skreni pol lasne proti levi



\* Z druge, če gledamo v smeri, v kateri se gibljejo  $e^-$



- pogled od zadoj, v smeri, v kateri se gibljejo  $e^-$ :

(3)



Dodatne ugotovitve:

- smer oddelona se obrne (navzgor), če obrnemo magnet
- za oddelon ne more biti odgovorna el. sila (dipolni magnet je delnično nevtralen, zato v njegovi okolici ni delničnega polja)

Razlaga:

- dipolni magnet obdan z magnetnim poljem
- $B$  ( $\vec{B}$ ): gostota magnetnega polja
- magnetna sila  $F_m$  ( $\vec{F}_m$ ):

$$F_m = q v B ; [B] = \frac{[F_m]}{[q][v]} = \frac{N}{As \cdot m/s} = \frac{N}{Am} = \frac{VA s}{m Am} = \frac{Vs}{m^2}$$

$$= T (tesla)$$

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$$

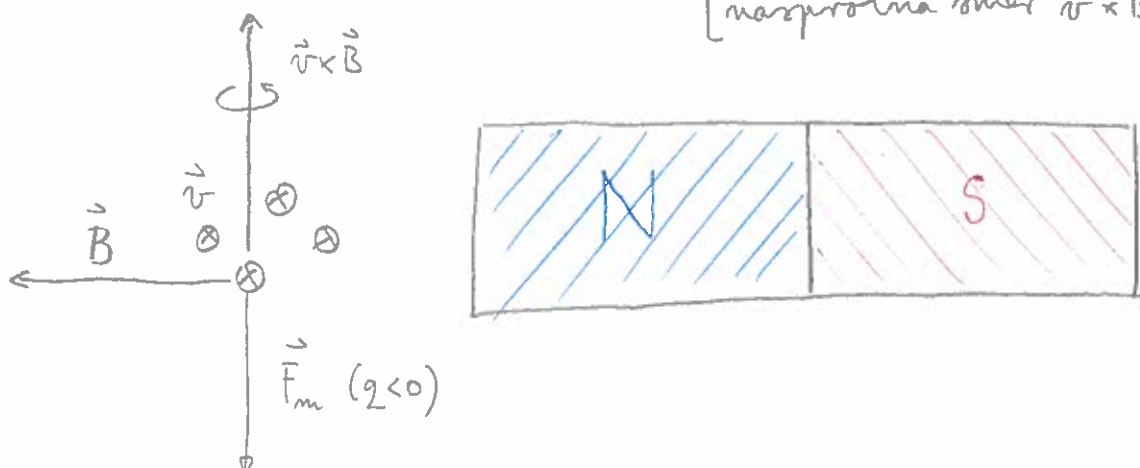
$$\Rightarrow |\vec{F}_m| = F_m = q v B \sin \phi ; \phi : \angle \vec{v}, \vec{B}$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow F_m = q v B$$

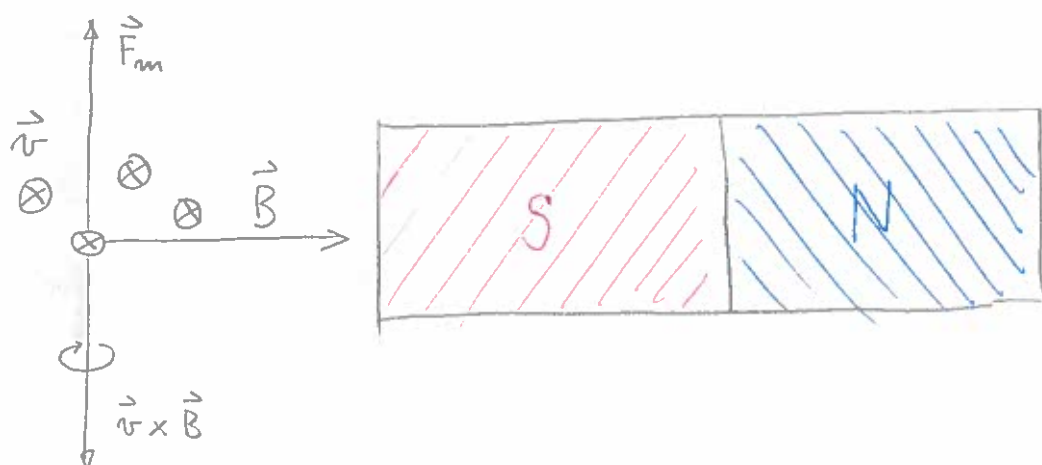
- smer  $\vec{F}_m$  : smer  $\vec{v} \times \vec{B}$  pravilo desnega vijaka

$$\Rightarrow \text{smer } \vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B} = \begin{cases} \text{smer } \vec{v} \times \vec{B} ; q > 0 \\ \text{nasprotna smer } \vec{v} \times \vec{B} ; q < 0 \end{cases}$$

$e^-$

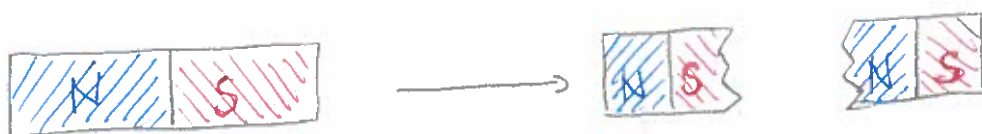


- magnet obrnemo  $\Rightarrow$  obrne  $\propto$  smer  $\vec{B} \Rightarrow$  obrne  $\propto$  smer  $\vec{F}_m$



### O magnetnih nabojih (monopolih)

- spomnimo  $\propto$  : telo s presežkom + ali - el. naboja (električni monopol)  $\propto$  obda z el. poljem
- magnetni dipol : N in S magnetni naboj (monopol) skupaj
- magnet v upanju, da bomo izolirali N in S pol, prepolovimo...



- ... a namesto dveh monopolov dobimo spet dva dipola; in tako naprej (če dipole še naprej razpolavljamo)
- v naravi ni magnetnih monopolov (mag. nabojev), mag. dipol osnovna enota

Primer: Zemlja ogromen magnetni dipol

- dipol  $\sim$  vzporeden z osjo vrtenja Zemlje
  - N magnetni pol Zemlje  $\sim$  sovpada z S zemeljskim polom;
- S —||—    —||—    —||—    ~    —||—    S N —||—    —||—
- $B \sim 10^{-5} \text{ T}$

### Magnetna sila na vodnik s tokom

- el. tok po vodniku (žici) = gibanje nabojev ( $e^-$ ) po žici
- gibanje nabojev:  $q, \vec{v} \Rightarrow$  v zunanjem  $\vec{B}$  magnetna sila  $\vec{F}_m$  tudi na vodnik s tokom

$$\boxed{\vec{F}_m = I \vec{\ell} \times \vec{B}}, \quad \vec{F}_m \parallel \vec{\ell} \times \vec{B} \text{ (pravilo desnega vijalca)}$$

- $I$  = jakost el. toka po žici
- $\vec{B}$  = gostota mag. polja
- $\vec{\ell} \parallel \text{mer } I$ ,  $|\vec{\ell}| = \ell = \text{dolžina žice v magnetnem polju}$

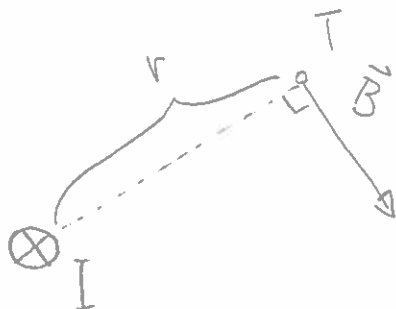
$$\Rightarrow \boxed{|\vec{F}_m| = F_m = I \ell B \sin \phi; \quad \phi: \angle \vec{\ell}(I), \vec{B}}$$

- primer:  $\phi = \frac{\pi}{2}$  (žica in  $\vec{B}$  sta pravokotna)  $\Rightarrow F_m = I \ell B$

## Magnetno polje v okolici vodnika s tokom

(6)

Podobno, kot trajni magnet (dipol), se tudi vodnik s tokom obda z mag. poljem. Demimo, da po dolgi ravni žici, pravokoln na list papirja, teče tok  $I$  v list:



Tedaj je v točki T v okolici vodnika gotova magnetnega polja

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

pri čemer je  $r$  razdalja med točko T in vodnikom,  $\mu_0$  pa induksijska konstanta (glavna konstanta mag. polja, permeabilnost vakuma, ...):

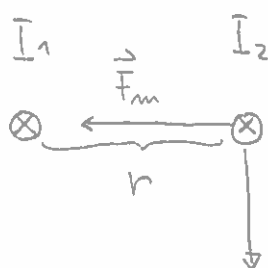
$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

Smer  $\vec{B}$  je pravokolna na ravnico med T in vodnikom; vijak, ki ga v vodniku rotiramo v smeri  $\vec{B}$ , leze v smeri  $I$  (če tok obrnemo, se smer  $\vec{B}$  obrne).

Primer:  $I = 1\text{A}$   $r = 1\text{m} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{Vs} \cdot 1\text{A}}{\text{Am} \cdot 2\pi \cdot 1\text{m}} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = 2 \cdot 10^{-7} \text{T}$

Primer (definicija  $[I] = \text{A}$ ):

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} ; \vec{B}_1 \perp \vec{l}_2 \quad (\phi = \frac{\pi}{2})$$



(mag. polje 1. vodnika na mestu 2. vodnika)

$\Rightarrow F_m$ : veličnost magnetne sile 1. vodnika na odsek dolžine  $l_2$  2. vodnika (veličnost magnetne sile v polju  $\vec{B}_1$  1. vodnika na odsek dolžine  $l_2$  2. vodnika):

$$\begin{aligned}
 F_m &= I_2 l_2 B_1 \sin \phi \\
 &= \frac{I_2 l_2 \mu_0 I_1}{2\pi r} \sin \phi \\
 &= \frac{I_1 I_2 \mu_0 l_2}{2\pi r}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow I_1 I_2 = \frac{2\pi r F_m}{\mu_0 l_2}$$

•  $r = l_2 = 1\text{ m}$ ,  $F_m = 2 \cdot 10^{-7}\text{ N}$ ,  $I_1 = I_2 = I$

$$\Rightarrow I^2 = \frac{2\pi \cdot 1\text{ m} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs} \cdot 1\text{ m}} = 1\text{ A}^2$$

$\Rightarrow I = 1\text{ A}$  (v skladu z definicijo enote A)

• če sta smeri tokov nasprotni, je sila odbojna

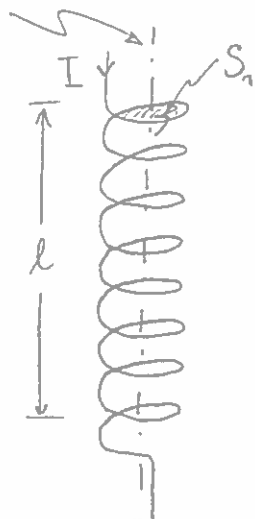
$0 \leq \epsilon_0 \text{ in } \mu_0$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_0 &\approx 8,9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \\ \mu_0 &= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = c_0 \text{ (hitrost svetlobe v vakuumu)}$$

$\Rightarrow$  svetloba = kombinacija  $\vec{E}$  in  $\vec{B}$

$\vec{B}$  v tuljavi

os tuljave



- $N$ : št. ovijev
- $l$ : dolžina
- $S_n$ : "površina" enega ovija
- $I$ : tok po tuljavi

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 N}{l} I$$

$\vec{B} \parallel$  os tuljave; v smeri, v kateri leze desni vijak, če ga vrtnemo v smeri toka (v našem primeru navzgor)

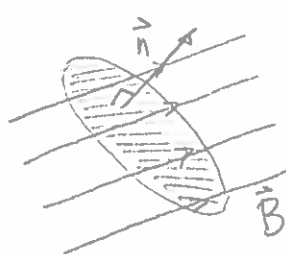
Primer:  $\frac{N}{l} = 10^4/\text{m}$ ,  $I = 1\text{A} \Rightarrow B = 4\pi \cdot 10^{-3}\text{T} \approx 1,26 \cdot 10^{-2}\text{T}$

Jedro v tuljavi

$B \rightarrow \mu B$  : •  $\mu$ : permeabilnost snovi

•  $[\mu] = 1$

•  $\mu = \begin{cases} < 1: \text{diamagnetna snov} \\ > 1: \text{paramagnetna snov} \\ \gg 1: \text{feromagnetna snov} \end{cases}$

Magnetni pretok

- (homogeno)  $\vec{B}$
- $\vec{n} \perp$  na ravnino ravnice
- $S$  površina, dolžena z ravnico
- $\Phi$ :  $\oint \vec{B}, \vec{n}$

⇒ Magnetni pretok  $\Phi_B$  (def) :

(9)

a) kvalitativno (načrtno): št. gostotnic (vektorjev  $\vec{B}$ ), ki prebadajo zanko

b) kvantitativno:  $\Phi_B \equiv BS \cos \phi$  ;  $[\Phi_B] = V_A$

### Induktivnost tuljave

Magnetno polje v (prazni) tuljavi s tokom:

$$B = \frac{\mu_0 N}{l} I$$

Magnetni pretok skozi 1 ovof (površina  $S_1$ ):

$$\begin{aligned}\Phi_{B,1} &= BS_1 ; \phi = 0 \Rightarrow \cos \phi = 1 \\ &= \frac{\mu_0 N}{l} I S_1\end{aligned}$$

⇒ Magnetni pretok skozi vseh  $N$  ovofov :

$$\Phi_B = N \Phi_{B,1} = \frac{\mu_0 N^2 S_1}{l} I$$

• def (induktivnost tuljave):  $L \equiv \frac{\mu_0 N^2 S_1}{l}$

$$\Rightarrow \Phi_B = L I ; [L] = \frac{V_A}{A} = H \text{ (henry)}$$

• jedro v tuljavi:  $B \rightarrow \mu B$

$$L \rightarrow \mu L$$

• v oplošnem toku:  $L = \frac{\mu \mu_0 N^2 S_1}{l}$

Primerjava :

10

$$C = \frac{q}{U}$$

$$L = \frac{\Phi_B}{I}$$

$$[C] = \frac{As}{V} = F$$

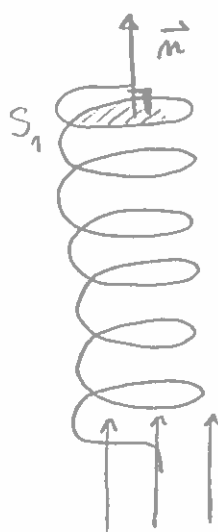
$$[L] = \frac{Vs}{A} = H$$



Poskus: Tuljavo zavrtimo v zemeljskem magnetnem polju.  
Med koncema tuljave se pojavi napetost, ki jo žene kratkotrajen tok.

$U_i$ : inducirana napetost

Razlaga: a)



•  $\phi: \angle \vec{n}, \vec{B}$ ;  $\phi = 0 \Rightarrow \cos \phi = 1$

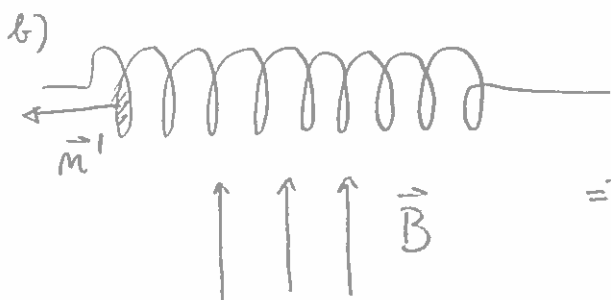
•  $S_1$ : površina enega ovojja

•  $N$ : število ovojjev

•  $\vec{B}$ : zemeljsko mag. polje

$$\Rightarrow \Phi_B = N \underbrace{S_1 B \cos \phi}_{\text{pretok skozi en ovoj}} = N S_1 B$$

pretok skozi en ovoj



•  $\phi': \angle \vec{n}', \vec{B}$ ;  $\phi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \phi' = 0$

$$\Rightarrow \Phi_B' = N S_1 B \cos \phi' = 0$$

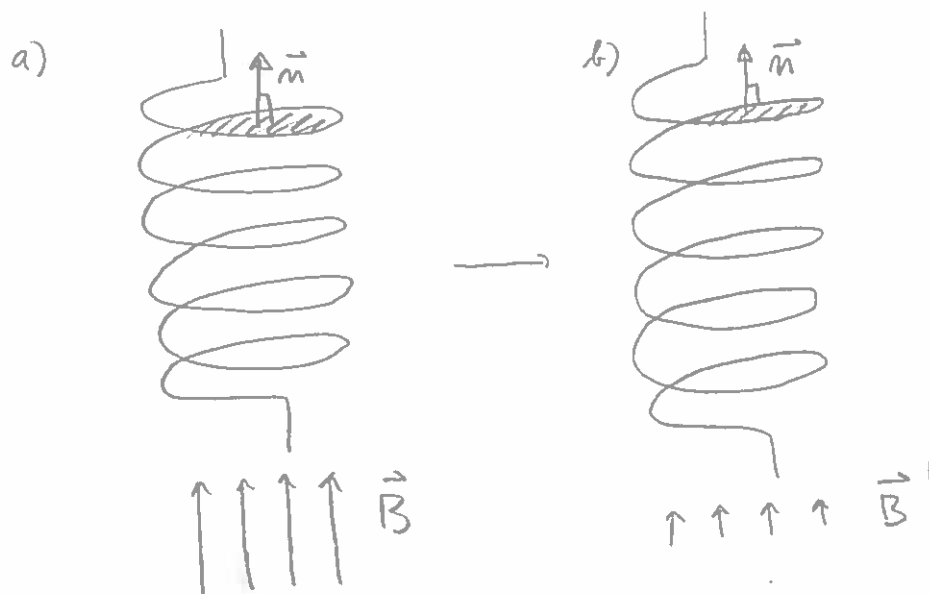
$$\Delta \Phi_B = \Phi_B' - \Phi_B = -N S_1 B$$

$$U_i \sim \Delta \Phi_B$$

# Indukcijski zakon

$$U_i = \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Primer: Magnetno polje, v katerem se nahaja tuljava, spremenimo iz začetne vrednosti  $\vec{B}$  na končno vrednost  $\vec{B}'$



$$\Phi_B = N S_1 B \cos \phi = N S_1 B$$

$$\Phi_{B'} = N S_1 B' \cos \phi = N S_1 B'$$

$$\Rightarrow \Delta \Phi_B = \Phi_{B'} - \Phi_B = N S_1 B' - N S_1 B = N S_1 (B' - B) = N S_1 \Delta B$$

$$\Delta B \rightarrow \Delta \Phi_B \rightarrow U_i$$

Komentar: • zgornji produkt:  $\dot{B} \rightarrow U_i$

• spominimo se:  $U \leftrightarrow E$ ; primer: ploščati

kondenzator:  $E = \frac{U_c}{\ell}$

$\Rightarrow \dot{B} \rightarrow U_i \rightarrow E$ : spreminjajoče se magnetno

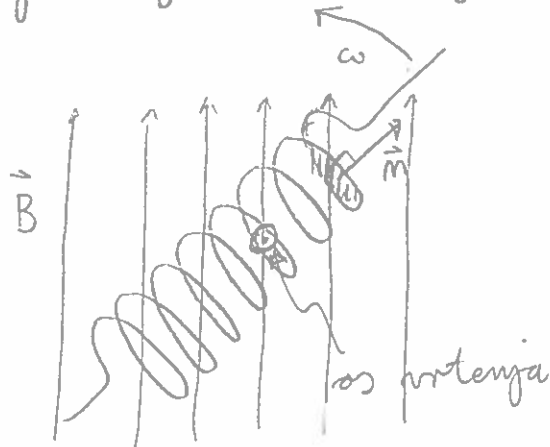
polje & obda z električnim poljem

(3)

• velja tudi obratno:  $\vec{E} \rightarrow \vec{B}$

1. primer uporabe indukcije: generator izmenične napetosti

• rotacija tuljave v zunanjem magnetnem polju



•  $\phi: \angle \vec{n}, \vec{B}$

• enakomerno vrtenje:  $\phi = \omega_0 t$ ;

$\omega_0$  = 2 $\pi$  rad. kotna hitrost

$\omega_0 = \frac{2\pi}{t_0} = 2\pi \nu$ ;  $t_0$  = čas enega obraza  
 $\nu$  = frekvenca vrtenja

$$\Rightarrow \Phi_B = NBS_1 \cos \phi = NBS_1 \cos(\omega_0 t)$$

Primer:  $\nu = 50 \text{ Hz}$

$$\Rightarrow U_i = \frac{d}{dt} (NBS_1 \cos(\omega_0 t))$$

$$= NBS_1 \frac{d}{dt} (\cos(\omega_0 t))$$

$$= - \underbrace{NBS_1 \omega_0}_{U_{i0}} \sin(\omega_0 t)$$

$$= -U_{i0} \sin(\omega_0 t); U_{i0} \equiv NBS_1 \omega_0; \text{Primer: } U_{i0} = 310 \text{ V}$$

Indukcija na tuljavi, skozi katero teče  $I(t)$

$$\Phi_B = LI; L = \frac{\mu \mu_0 N^2 S_1}{l}; I = I(t)$$

$$\Rightarrow U_i = \frac{d}{dt} \Phi_B = \frac{d}{dt} (LI) = L \frac{dI}{dt} = L \dot{I}$$

## Energija tuljave (magnetnega polja)

- Spomnimo se: energija kondenzatorja  $W_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$   
energija el. polja  $W_E = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 V E^2$
- $I_1 = 0$  (začetni tok skozi tuljavo)
- $I_2 = I$  (končni tok skozi tuljavo)
- Ko generator poganja (opreminjajoči se) tok skozi tuljavo, opravi el. delo  $A_{el}$
- Energijski zakon:  $A_{el} = \Delta W_L$
- Energija tuljave:  $W_L = \frac{1}{2} L I^2$
- $W_L = \frac{1}{2} L I^2$   
 $= \frac{1}{2} \frac{\mu \mu_0 N^2 S}{l} I^2$   $\swarrow$   $L$  tuljave  
 $= \frac{1}{2} \frac{\mu \mu_0 N^2 S B^2 l^2}{l \mu^2 \mu_0^2 N^2}$   $\swarrow$   $B = \frac{\mu \mu_0 N}{l} I \Rightarrow I = \frac{B l}{\mu \mu_0 N}$   
 $= \frac{1}{2} \frac{V B^2}{\mu \mu_0}$   $V = S l = \text{prostornina znotraj tuljave}$   
 $\quad \quad \quad \sim \text{prostornina mag. polja}$   
 $= W_B$  (energija magnetnega polja)

## 2. primer uporabe indukcije: transformatorji

⑤

Primer: razlog za transformacijo (viševanje in niževanje) el. napetosti in toka

- Energijske izgube po žicah (moč, ki jo krožijo žice za gretje):  
 $P_z = I^2 R_z$  ;  $R_z = \frac{\rho l}{S}$  ;  $\bar{P}_z = \frac{I_0^2 R_z}{2} = I_{ef}^2 R_z$  ;  $I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$  = efektivni tok po žicah

- Primer:  $l = 10 \text{ km}$  (od elektrarne do naselja)

$$S = 1 \text{ mm}^2$$

$$\rho = 0,017 \text{ } \Omega \text{ mm}^2/\text{m} \text{ (vaber)}$$

$$\Rightarrow R_z = 1,7 \text{ } \Omega$$

- $U_{ef} = 220 \text{ V}$  ( $= \frac{U_0}{\sqrt{2}}$  = efektivna napetost elektrarne)
- $\bar{P} = 20 \text{ kW}$  : povprečna električna moč, ki jo elektrarna pošilja v naselje

$$\bar{P} = U_{ef} I_{ef} \Rightarrow I_{ef} = \frac{\bar{P}}{U_{ef}} = \frac{2 \cdot 10^4 \text{ W}}{220 \text{ V}} \approx 90 \text{ A}$$

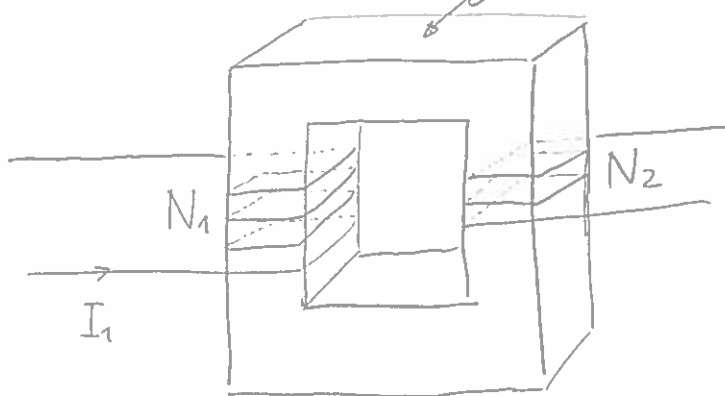
$$\bar{P}_z = I_{ef}^2 \cdot R_z \approx 14 \text{ kW} \text{ (} \sim 2/3 \text{ celotne moči)}$$

- Rešitev:  $U_{ef} \rightarrow U_{ef}' = 10 \cdot U_{ef} \approx 2200 \text{ V}$

$$\Rightarrow I_{ef} \rightarrow I_{ef}' = \frac{I_{ef}}{10} = 9 \text{ A} \quad (I_{ef}' = \frac{\bar{P}}{U_{ef}'} = \frac{1}{10} \frac{\bar{P}}{U_{ef}} = \frac{1}{10} I_{ef})$$

$$\Rightarrow \bar{P}_z' = I_{ef}'^2 \cdot R_z = \left(\frac{I_{ef}}{10}\right)^2 R_z = \frac{1}{100} I_{ef}^2 R_z = \frac{1}{100} \bar{P}_z = \underline{\underline{140 \text{ W}}}$$

• Transformator:



železno jedro (mag. polje zaključeno v jedru)

•  $N_1$ : št. ovijev primarne tuljane

•  $N_2$ : " " sekundarne " "

•  $B_1 = B_2 = B$

•  $S_1 = S_2 = S$

•  $I_1$ : izmenični tok po primarni tuljani  $\Rightarrow$  izmenično  $B_1$

•  $\Phi_{B1} = N_1 B S = \Phi_B(t) \Rightarrow U_{i1} = N_1 S \dot{B} = U_1$

•  $\Phi_{B2} = N_2 B S = \Phi_B(t) \Rightarrow U_{i2} = N_2 S \dot{B} = U_2$

$\Rightarrow \boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}} \Rightarrow U_2 = U_1 \frac{N_2}{N_1}$

• Literati:  $\boxed{\frac{I_1}{I_2} \approx \frac{N_2}{N_1}} \Rightarrow I_2 = I_1 \frac{N_1}{N_2}$

• Tih za elektromoto:  $\frac{N_2}{N_1} \gg 1$  ( $\sim 10$  ali  $100$ ):  $U_2 \uparrow$  ( $I_2 \downarrow$ )

• Tih pred nosiljem:  $\frac{N_2}{N_1} \ll 1$  ( $\frac{1}{10}$  ali  $\frac{1}{100}$ ):  $U_2 \downarrow$  ( $I_2 \uparrow$ )

• Tih pred elektroplovom:  $\frac{N_2}{N_1} \ll 1 \Rightarrow I_2 \uparrow$  (grelje žice v elektroplovu)

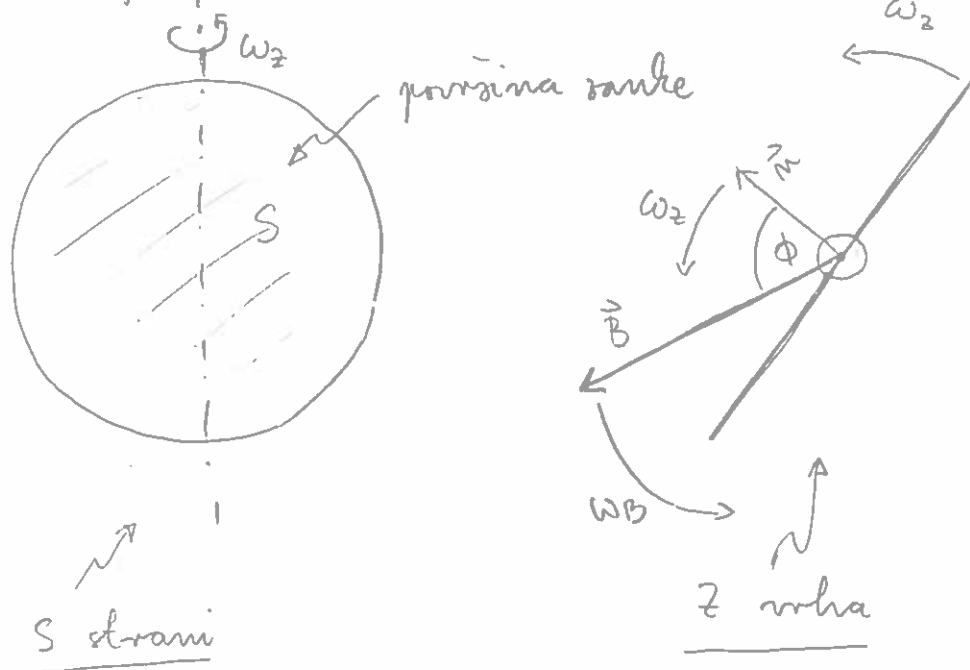
Poskus: transformator z  $N_2 = 1$

a) žica razani

b) taljenje kovine

### 3. primer uporabe indukcije: asinhroni elektromotor (N. Tesla) (+)

- $\vec{B}$ : vrteče se magnetno polje;  $\omega_B$
- vrteča se tanka (navitje);  $\omega_z$
- $\omega_z < \omega_B$ ;  $\Delta\omega = \omega_B - \omega_z$



•  $\phi$ :  $\angle \vec{B}, \vec{m}$ ;  $\phi = (\omega_B - \omega_z)t = \Delta\omega t$

•  $\Phi_B = BS \cos \phi = BS \cos(\Delta\omega t)$

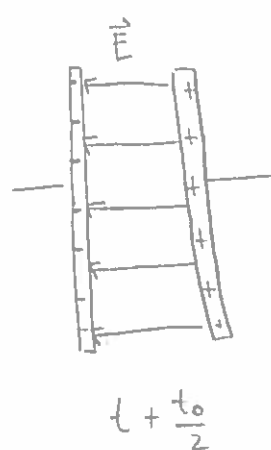
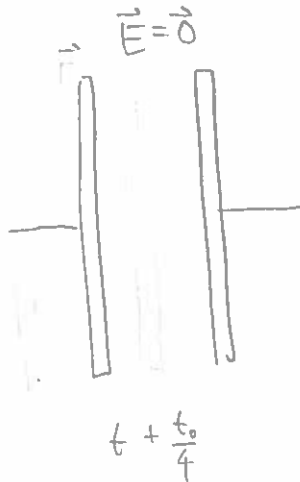
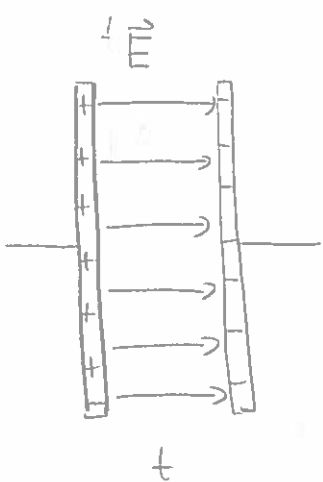
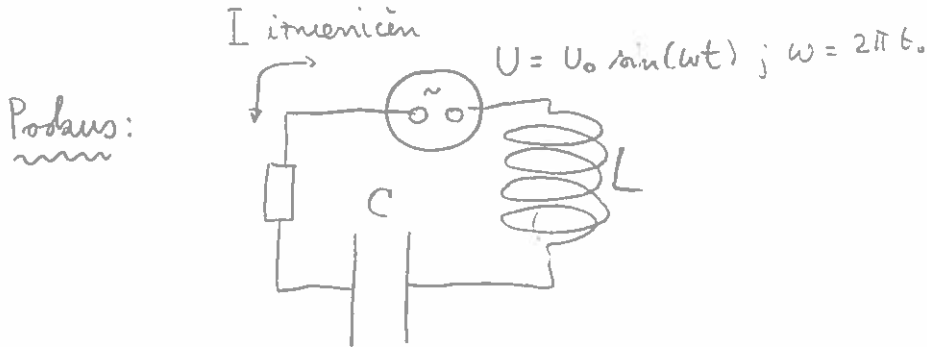
$\Rightarrow U_i = \dot{\Phi}_B = - \underbrace{BS \Delta\omega}_{U_{i,0}} \sin(\Delta\omega t) = -U_{i,0} \sin(\omega t)$ ; (izmenična) napetost

$\Rightarrow I_i = \frac{U_i}{R_z}$ ;  $R_z$  = el. upornost tanke

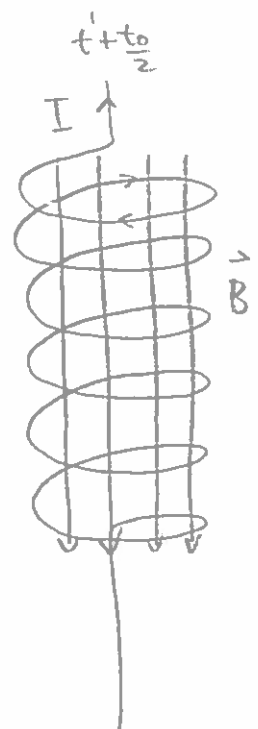
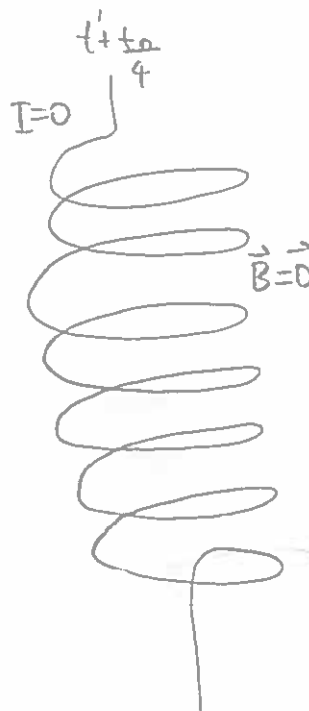
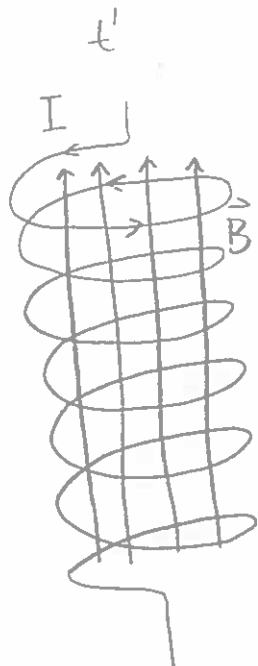
- tanka s tokom: magnetni dipol (podobno, kot dipolni magnet);  $\vec{m}$  poskuša ujeti  $\vec{B}$  (podobno, kot se magnetna igla poskuša orientirati v smeri S-N)  $\Rightarrow$  na tanko deluje navor magnetnih sil
- na os približujemo kolesa lokomotive, ...

# 1. Valovna optika

## Elektromagnetno valovanje



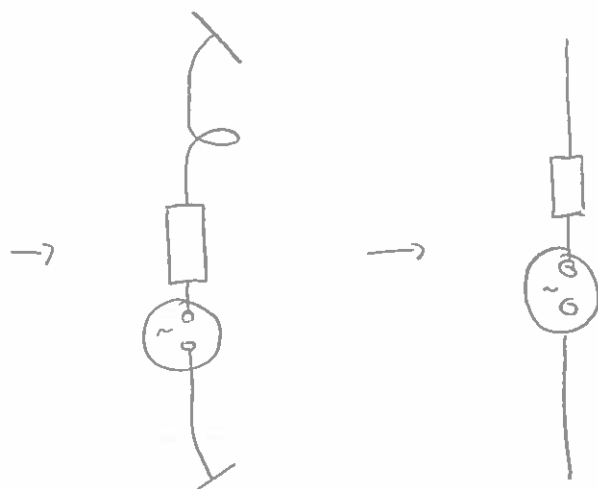
- $\vec{E}$  v vodoravni smeri ( $\perp$  na plošči kondenzatorja); nihajno polje (obroča smer)



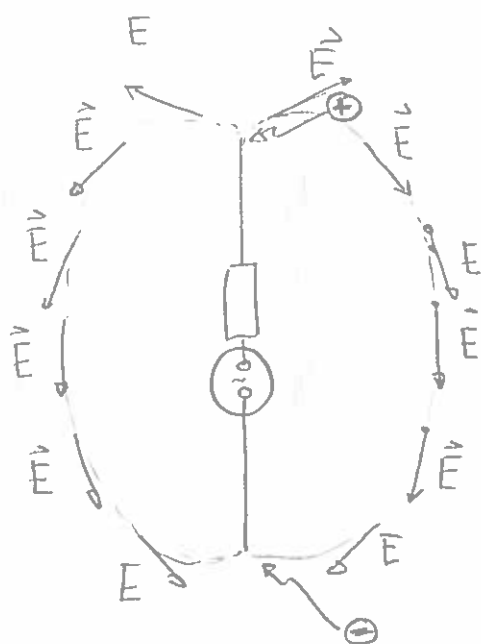


•  $\vec{B}$  vzdolž osi tuljave ; nihajoče polje (obrača smer)

• "pohvarimo" vezje:



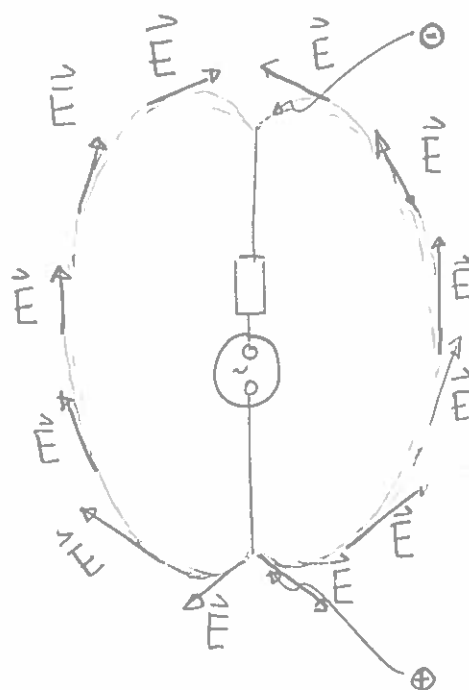
oz dipolna antena (oddajna)



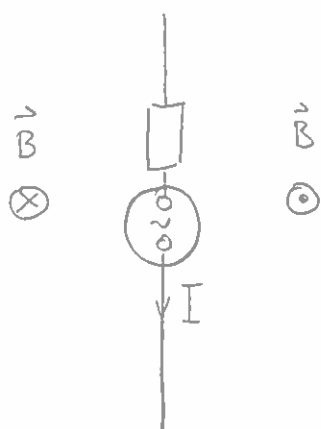
$t$



$t + \frac{t_0}{4}$



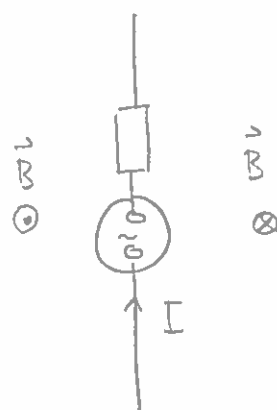
$t + \frac{t_0}{2}$



$t'$

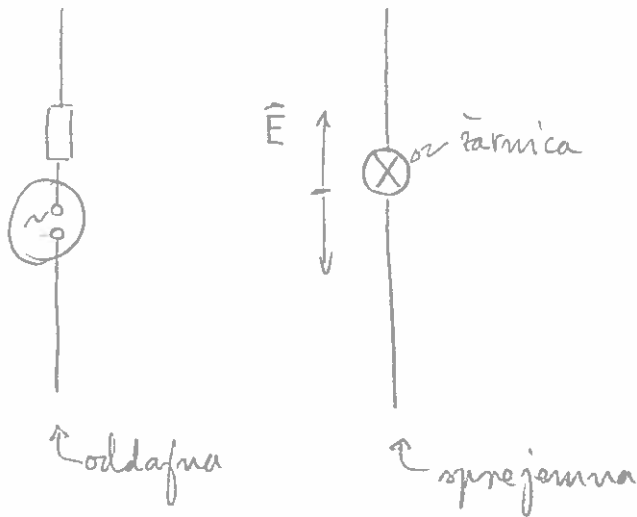


$t' + \frac{t_0}{4}$



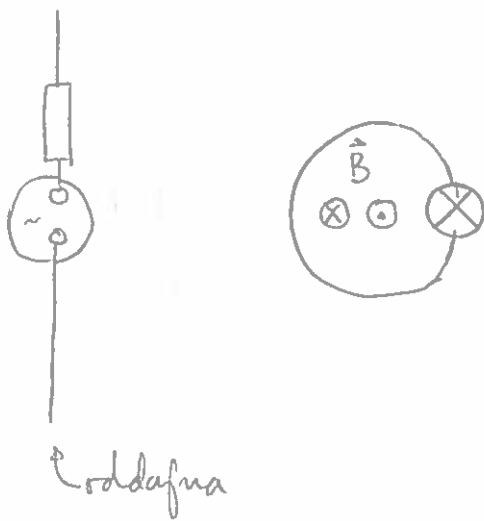
$t' + \frac{t_0}{2}$

# • sprejemna antena



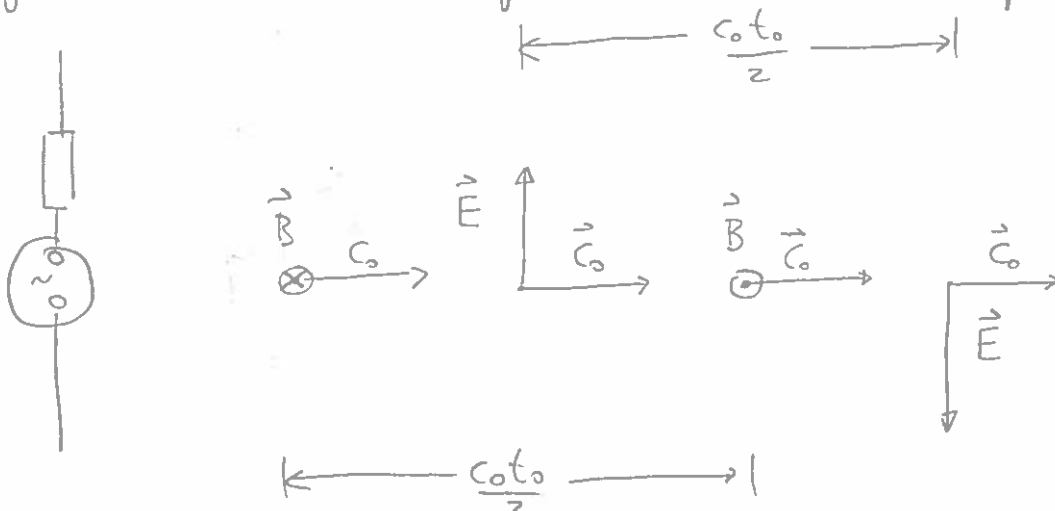
- $\vec{E}$  oddajne antene prinese izmenični tok v sprejemni anteni (  $F_{el}$  na elektrone enkrat v smeri navzgor, drugič navzdol )
- tok teče skozi žarnico, ki zasveti

## • sprejemna "antena" v obliki tanka :



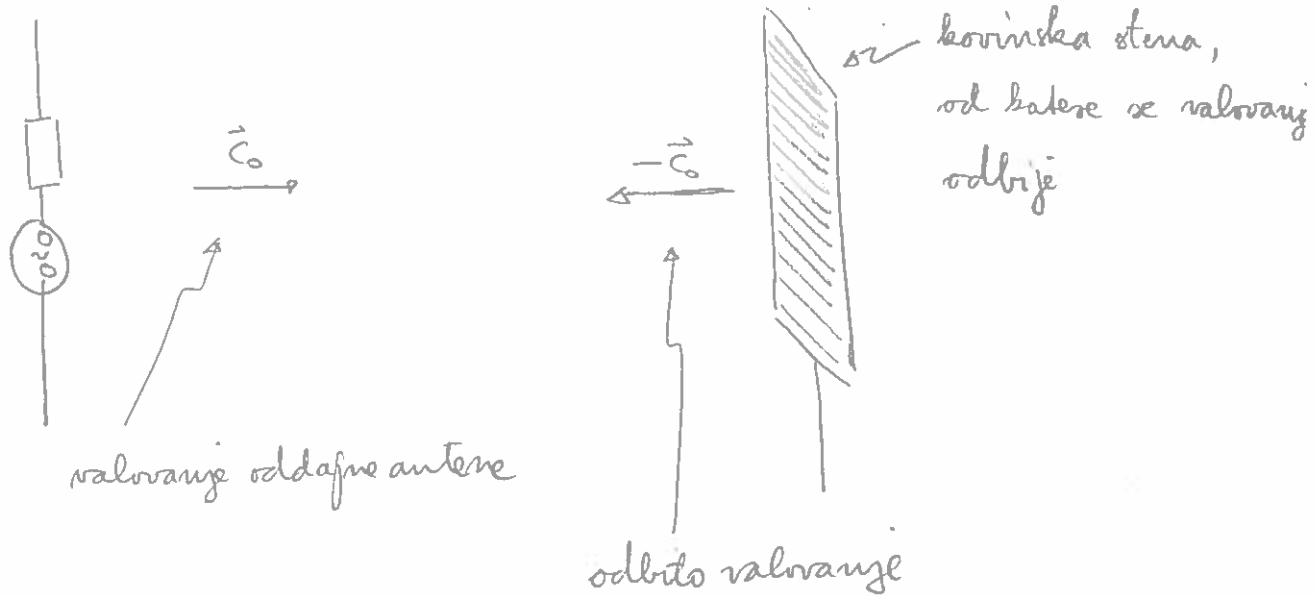
- izmenična  $\vec{B}$  oddajne antene skozi tanko  $\Rightarrow$  spreminjajoči se  $\Phi_B \Rightarrow U_i = \dot{\Phi}_B$  (indukcijski zakon)
- $U_i \rightarrow I_i$  po tanki
- tok teče skozi žarnico, ki nato zasveti

Nihajoči  $\vec{E}$  in  $\vec{B}$  iz oddajne antene širita v prostor



- motnja v električnem in magnetnem polju, ki se širi skozi prostor: elektromagnetno (EM) valovanje

- značilni pojav za valovanje: interferenca



- interferenca oddanega in odbitega valovanja: stojno valovanje (vozli in hrobtu)
- hrobtu "stipamo" s sprejemno anteno
- razdalja  $d$  med dvema hrobtoma uata polovični valovni dolžini,

$$d = \lambda/2 \Rightarrow \lambda = 2d$$

- $\nu = \frac{1}{t_0}$
- $c_0 = \lambda \nu = \frac{2d}{t_0}$  : hitrost svetlobe v vakuumu (in v praznem prostoru)
- $c_0 \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ , ne glede na  $\lambda$  in  $\nu$  ( $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ )  
 $\Rightarrow \nu = \frac{c_0}{\lambda}$  ali  $\lambda = \frac{c_0}{\nu}$
- vidna svetloba (EM valovanje):  $400 \text{ nm} \leq \lambda \leq 800 \text{ nm}$   
 (vijolična, modra, zelena, rumena, rdeča)

⑤

- $$\vec{B} \rightarrow \vec{E} \text{ (indukcija)}$$

$$\vec{F} \rightarrow \vec{B}$$

Domācā naloza: ko īda īsa porabi ovetloba za pot od sonca do zemlji?

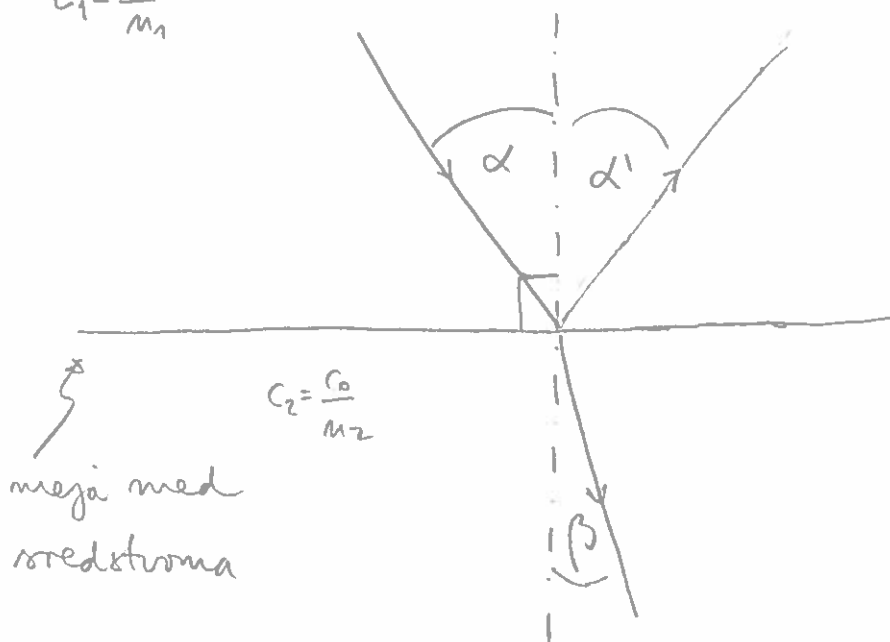
Lm svetlobe

- $c$ : hitrost svetlobe v vakuumu

$$C = \frac{C_0}{n}; \quad n \geq 1; \quad [n] = /; \quad \text{ločni lahičnik}$$

| snov | zrak | voda                     |
|------|------|--------------------------|
| n    | ~1   | 1,33 (za vidno svetlobo) |

$$C_1 = \frac{C_0}{m_1}$$



- $\alpha$  = vpadni kot (kot med vpadnimi žarki in vpadno pravokotnico,
- $\alpha'$  = odbojni kot (kot med odbojnimi žarki in vpadno pravokotnico,
- $\beta$  = kot med prepustnimi žarki in vpadno pravokotnico

• odbojni zlon :  $\alpha' = \alpha$

• lomni zlon :  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2}$

$$\Rightarrow \sin \beta = \sin \alpha \cdot \frac{c_2}{c_1}$$

$$= \sin \alpha \cdot \frac{c_0 n_1}{n_2 c_0}$$

$$= \sin \alpha \cdot \frac{n_1}{n_2}$$

Primer:  $c_1 > c_2 \Rightarrow \frac{c_2}{c_1} < 1 \Rightarrow \sin \beta < \sin \alpha \Rightarrow \beta < \alpha$   
(žarek se lomi k vpadni pravokotnici)

Primer:  $c_1 < c_2$  ( $n_1 > n_2$ )  $\Rightarrow \frac{c_2}{c_1} > 1$  ( $\frac{n_1}{n_2} > 1$ )  $\Rightarrow \sin \beta > \sin \alpha \Rightarrow \beta > \alpha$   
(žarek se lomi od vpadne pravokotnice)

Poskus: lom laserske svetlobe pri prehodu iz vode v zrak

•  $\alpha_H$  (def):  $\sin \alpha_H \equiv \frac{c_1}{c_2} \left( \equiv \frac{n_2}{n_1} \right)$ ; majni kot

$$\Rightarrow \alpha > \alpha_H : \sin \alpha > \sin \alpha_H = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\Rightarrow \sin \beta = \sin \alpha \cdot \frac{n_1}{n_2} > \sin \alpha_H \cdot \frac{n_1}{n_2} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{n_1}{n_2} = 1$$

To pomeni:  $\alpha > \alpha_H \Rightarrow \sin \beta > 1 //$

$\alpha > \alpha_H$ : vse valovanje se v celoti (brez izgub)  
odbi (popolni odboj)

Uporaba: svetlobni vodniki.

Svetlobni tok

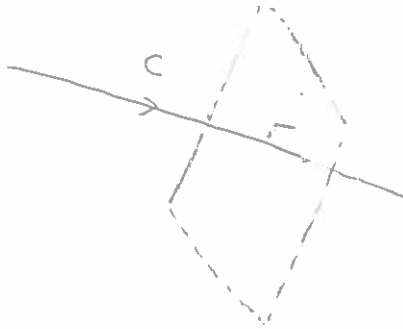
1

Spomnimo se: • svetloba (EM valovanje) = potovanje motnje v električnem in magnetnem polju;  $c$  ( $c_0$ )

$$• W_E = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 V$$

$$• W_B = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu \mu_0} V$$

$\Rightarrow$  skupaj z motnjo potuje tudi energija



• okvir (lahko tudi namišljen) površine  $S$ , pravokoten na smer valovanja (hitrost, faze)

•  $W$ : energija svetlobe, ki se v času  $t$  preloži skozi okvir

•  $\boxed{P \equiv \frac{W}{t}}$ : energijski tok svetlobe (EM valovanje)

$$[P] = \frac{W}{t} = W \text{ (vat)}$$

•  $\boxed{j \equiv \frac{P}{S}}$ : jakost svetlobnega toka;  $[j] = \frac{W}{m^2}$

Primer:  $j$  svetlobe s Sonca pri vpadu na zemeljsko atmosfero:

$$j = 1400 \text{ W/m}^2$$

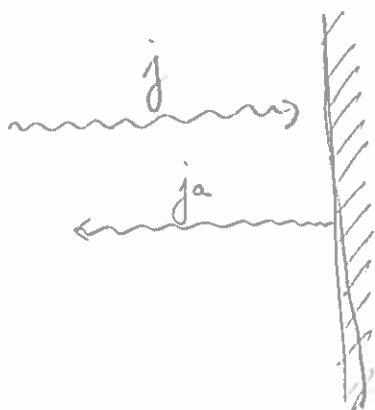
Na Zemlji (ob morda gladini):

2

$j \approx 1000 \text{ W/m}^2$  (odvisno od trenutne preprostosti osvetlitve).

### Odbojnost (albedo)

- $j$ : jakost svetlobnega toka, ki pada pravokotno na površino neke snovi
- $j_a$ : jakost odbitega svetlobnega toka



•  $a \equiv$  odbojnost (albedo)

$$a \equiv \frac{j_a}{j}; [a] = /$$

$a = 1 \Rightarrow$  belo telo  
 $a = 0 \Rightarrow$  črno telo  
 $0 < a < 1 \Rightarrow$  sivo telo

def. inf.

Primeri: sneg  $a \approx 0.96$

sača  $a \approx 0$

V splošnem:  $a = a(\lambda) \Rightarrow$  barve

### Svetlobna kalorimetrija (meritev svetlobnega toka)

- počinjeno telo (npr. prevlečeno s safanom) z znano toplotno kapaciteto ( $m \cdot c_p$ ), izolirano od okolice
- $S$ : ploskev telesa, na katero pravokotno padajo žarki svetlobe
- $t$ : čas vzpostavitve telesa svetlobi

•  $T$  in  $T'$ : začetna in končna temperatura telesa

3

$\Rightarrow$  v čem  $t$  telo absorbira

$$(1-a) P \cdot t \approx P \cdot t \text{ energije svetlobe}$$

Ta energija se porabi za segrevanje telesa:

$$(1-a) P \cdot t = m c_p \Delta T ; \Delta T \equiv T' - T$$

$$\Rightarrow \boxed{P \approx \frac{m c_p \Delta T}{(1-a) t}} ; \text{ ker gre za } \perp \text{ vpad} : j = \frac{m c_p \Delta T}{(1-a) t S} \\ (P = j S)$$

Pozor: izraz velja pod pogojem, da telo ne oddaja toplote in da so njegove sevalne izgube zanemarljive (glej kasneje)

Primer: zažig papirja s sončno svetlobo; odvisnost od barve papirja!

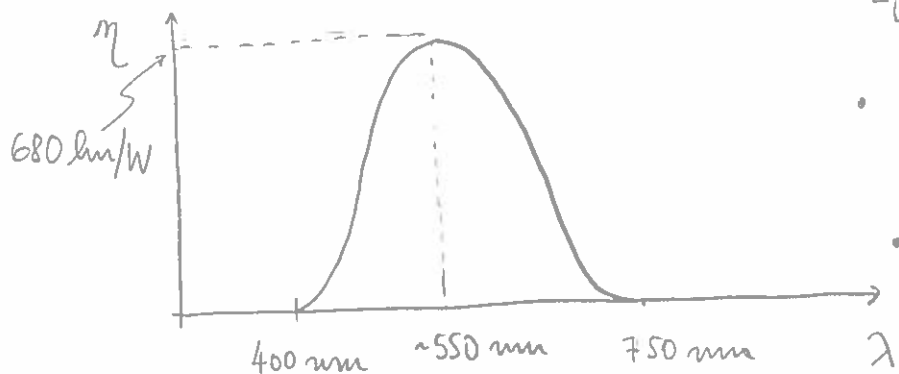
Občutena (fiziološka) jakost svetlobnega toka  $j_0$

•  $j_0 \propto$  kalas močna se ždi svetloba (fiziološka količina, povprečje občutkov opretniranih prostovoljcev)

$$\boxed{j_0 \equiv \eta j}$$

$$\eta = \eta(\lambda) : \text{občutljivost} ; [\eta] = \text{lm/W} ; \text{lm} = \text{lumen}$$

$$\Rightarrow [j_0] = \text{lm/m}^2$$

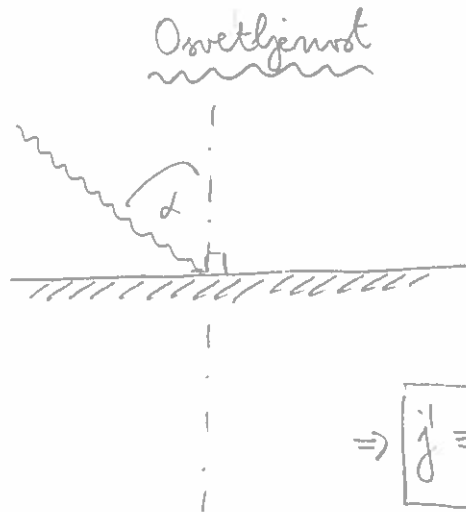


$$\bullet \lambda \leq 400 \text{ nm} \left\{ \eta = 0 \right. \\ \lambda \geq 750 \text{ nm} \left. \right\}$$

$$\bullet \eta = \max (680 \text{ lm/W}) \text{ pri } \lambda \approx 550 \text{ nm (rumeno-zelena svetloba)}$$



- $\lambda \approx 550 \text{ nm}$  ; najmanjša jakost svetlobe, ki jo ljudje že zaznajo (4)  
 $j_{\min} \approx 10^{-12} \text{ W/m}^2$  ( $j_{0, \min} \approx 680 \cdot 10^{-12} \text{ lux/m}^2$ )



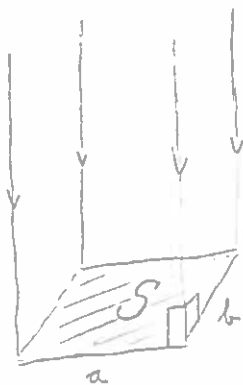
- $j$ : jakost vpadne svetlobe
- $\alpha$ : vpadni kot svetlobe (glede na vpadno pravokotnico)

$$\Rightarrow \boxed{j' \equiv j \cos \alpha} \text{ osvetljenost ; } [j'] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

- na zelo veliki površini & paralelni svetlobni tok
- $\alpha = 0$  (pravokotni vpad) :  $j' = j$
- $\alpha = \frac{\pi}{2}$  (žarki vzporedni s površino, ne padajo na površino):  
 $j' = 0$

Primer: letni časi

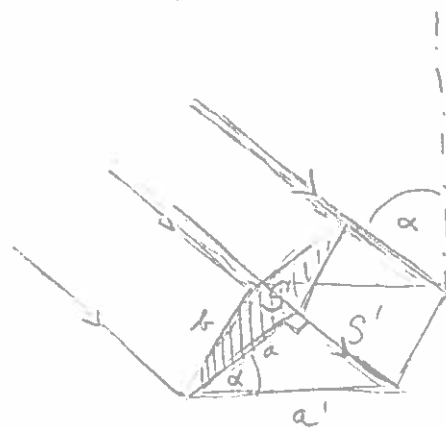
a) pravokotni vpad svetlobe



$$P = jS \Rightarrow \frac{P}{S} = j$$

$$S = ab$$

b) vpad svetlobe pod kotom



$$\frac{a}{a'} = \cos \alpha \Rightarrow a' = \frac{a}{\cos \alpha}$$

$$S' = a'b = \frac{ab}{\cos \alpha} = \frac{S}{\cos \alpha}$$

$$j' = \frac{P}{S'} = \frac{P}{S} \cos \alpha = j \cos \alpha$$

3. poglavje o kalorimetru:

$$\Delta T = \frac{P(1-a)t}{m c_p} \quad ; \quad m = S' d \cdot \rho \quad \swarrow \text{debelina}$$

$$\Rightarrow \Delta T \propto \frac{P}{S'} t = j' t = j \cos \alpha t$$

Poleti: a) manjši  $\alpha$  (večji  $\cos \alpha$ )  
b) daljši dnevi (daljši  $t$ )

### Svetlobna moč svetila

Def: svetlobna moč svetila  $P^* \equiv$  celoten energijski tok (energija na enoto časa), ki ga v obliki EM valovanja oddaja svetilo  
 $[P^*] = W$

Primer: svetilo sveti enakomerno na vse strani ( $j$  pri enaki razdalji  $r$  od (drobnega) svetila enak v vseh smereh)

$$\Rightarrow j = \frac{P^*}{4\pi r^2}$$

Def:  $j^* \equiv$  (površinska) gostota svetlobne moči (svetlobna moč na enoto posameznega dela površine svetila)

Primer: vsi deli površine svetijo enako močno

$$j^* = \frac{P^*}{S_{sv}} \quad ; \quad S_{sv} = \text{površina svetila}$$

Stefanov zakon:

$$j^* = (1-a) \sigma T^4$$

$$[T] = K$$

$$\sigma \approx 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$$

6

Komentar: enačba svetlobnega kalorimetra velja, če

$$P^* = j^* S_{\text{sv}} = (1-a) S_{\text{sv}} \sigma T^4 \ll P$$

Domaća naloga: oceni  $P^*$  človeškega telesa!

Primer: oceni  $j^*$  Sonca

- Sonce + Zemlji, vidimo pod kotom  $\phi \approx 0,5^\circ = \frac{0,5 \cdot \pi}{180} \text{ rad}$



$r_s$  = polmer Sonca

$r$  = razdalja od Zemlje do Sonca

$$\tan \frac{\phi}{2} \approx \frac{\phi}{2} = \frac{r_s}{r} \approx \frac{0,25 \cdot \pi}{180}$$

- $a \approx 0$  (Sonce ~ črno telo!)

- seva ≈ enakomerno na vse strani  $\Rightarrow j = \frac{P^*}{4\pi r^2}$

$$P^* = j^* S_s = j^* 4\pi r_s^2$$

$$\Rightarrow j = j^* \frac{r_s^2}{r^2} \Rightarrow j^* = j \left( \frac{r}{r_s} \right)^2 \approx 7,3 \cdot 10^7 \text{ W/m}^2$$

Wienov zákon:  $\lambda_{\text{vrh}} = \frac{k_w}{T}$ ;  $k_w \approx 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$

7

Primer: človeško telo  $T \approx 300 \text{ K}$

$$\Rightarrow \lambda_{\text{vrh}} \approx \frac{3 \cdot 10^{-3} \text{ m K}}{3 \cdot 10^2 \text{ K}} \approx 10^{-5} \text{ m} = 10^4 \text{ nm (IR)}$$

Domáca naloga: izračunaj  $T$  Sonca

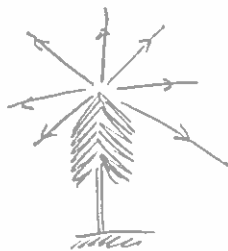
Domáca naloga: izračunaj  $\lambda_{\text{vrh}}$  sončevega spektra

### 3.) Geometrijska optika

1

#### Preslikave

- Žarki: ravne črte, lomljene na enem ali nekaj mestih  
(uklon ranemanimu)
- Vsaka točka predmeta seva žarke na vse strani
  - a) sevanje svetil z visoko T
  - b) odboj svetlobe na hrapavih površinah



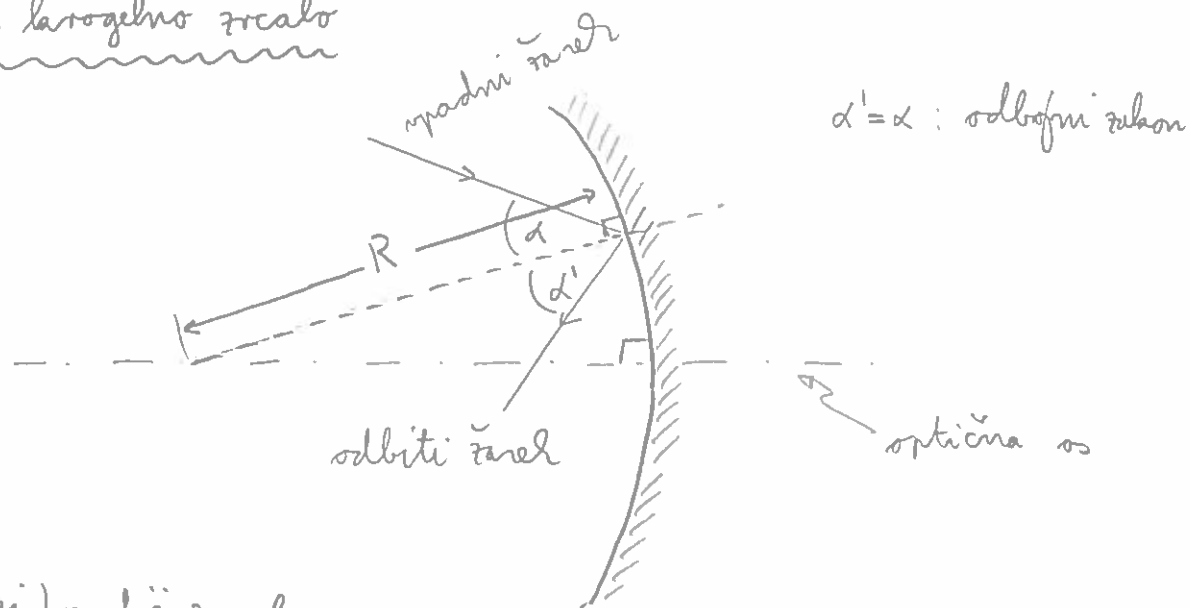
- Del žarkov, ki izhajajo iz posamezne točke, se  
spet zbere v skupni točki: slika točke



- pot žarkov se zlomi npr. zaradi zrcal ali leč

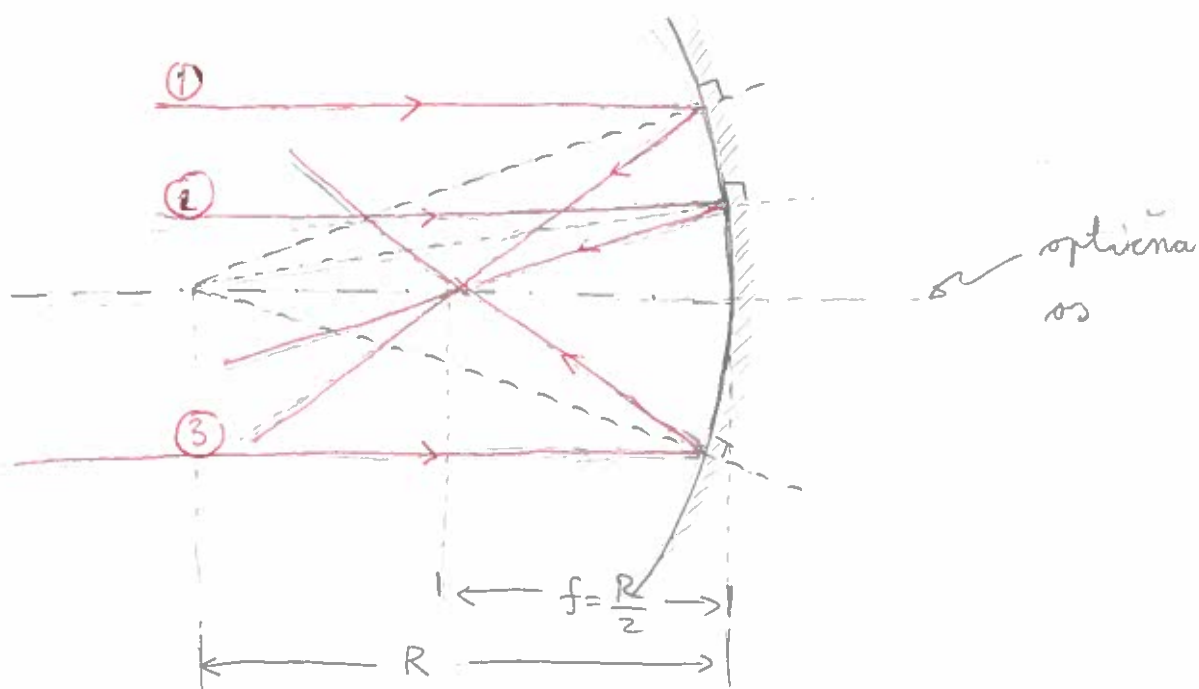
# Krogelna zrcala

## a) Konkavno krogelno zrcalo



- $R$ : (krivinski) radij zrcala

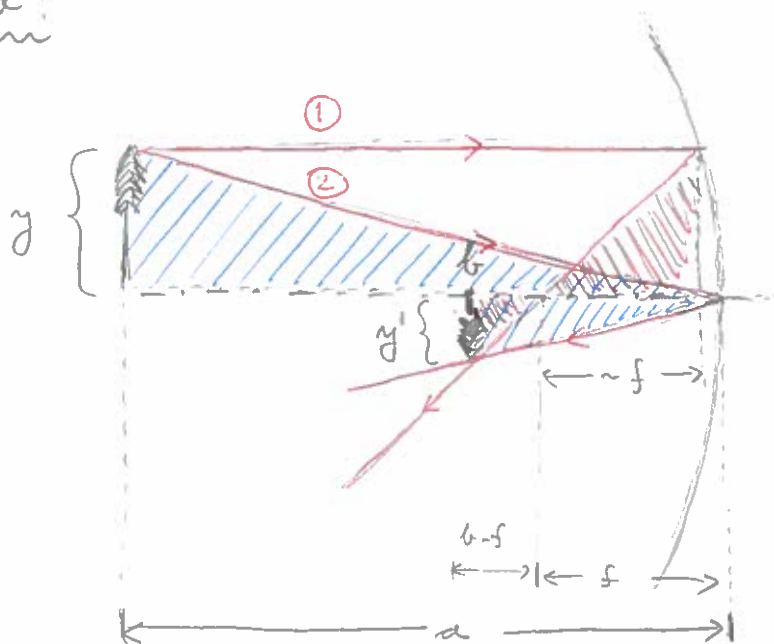
Poskus: snopi vpadnih žarkov, vzporednih z optično osjo



- vsi žarki po odboju sekajo optično os v isti točki - v gorišču
- $f (= \frac{R}{2})$ : razdalja gorišča od zrcala

# Preslikava

3



- $a$ : razdalja predmeta od zrcala
- $f$ : razdalja gorišča od zrcala
- $b$ : položaj slike
  - $b > 0$ : slika pred zrcalom
  - $b < 0$ : slika za zrcalom (?)



Po odložitvi: + v smeri odbitih žarkov

- $y$ : višina predmeta ( $y > 0$ )
- $y'$ : višina slike =  $\begin{cases} > 0: \text{slika pokončna} \\ < 0: \text{slika obrnjena} \end{cases}$
- $a, f, y$  poznani;  $b, y' = ?$

Podobni trikotniki:

a) modra:  $\frac{y}{a} = \frac{|y'|}{b} = \frac{-y'}{b}$

b) rdeča:  $\frac{y}{f} = \frac{-y'}{b-f}$

$$\frac{f}{a} = \frac{b-f}{b}$$

$$\frac{f}{a} = \frac{b}{b} - \frac{f}{b} = 1 - \frac{f}{b} \quad \left\{ : f \right.$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b}$$

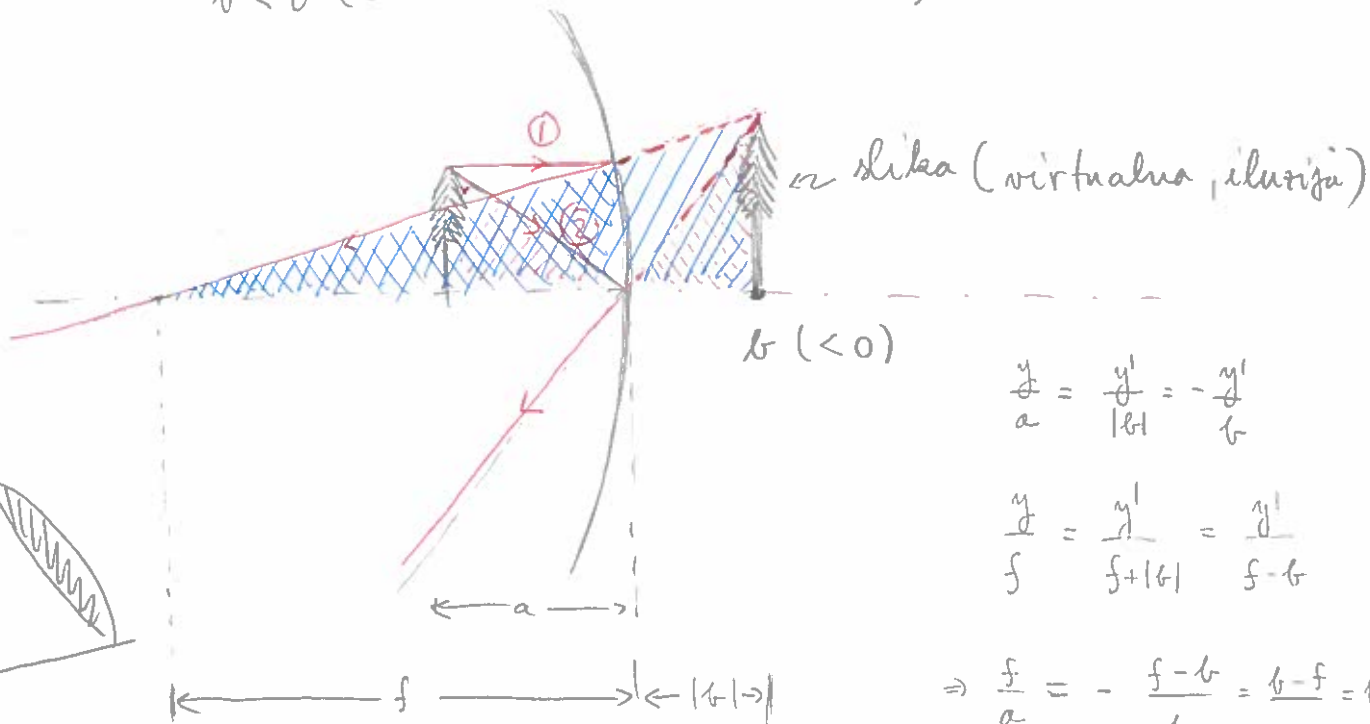
$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}} \quad \text{Enačba konkanega zrcala}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{a-f}{af} \Rightarrow \boxed{b = \frac{af}{a-f}}$$

$$\boxed{y' = -y \frac{b}{a} = -y \frac{f}{a-f}} \Rightarrow \boxed{\frac{y'}{y} = -\frac{f}{a-f} = \frac{f}{f-a}}$$

•  $a > f$ :  $b > 0$  (slika nastane pred zrcalom; realna)

•  $a < f$  (predmet postavimo med gorišče in zrcalo):  
 $b < 0$  (slika nastane za zrcalom; ???)



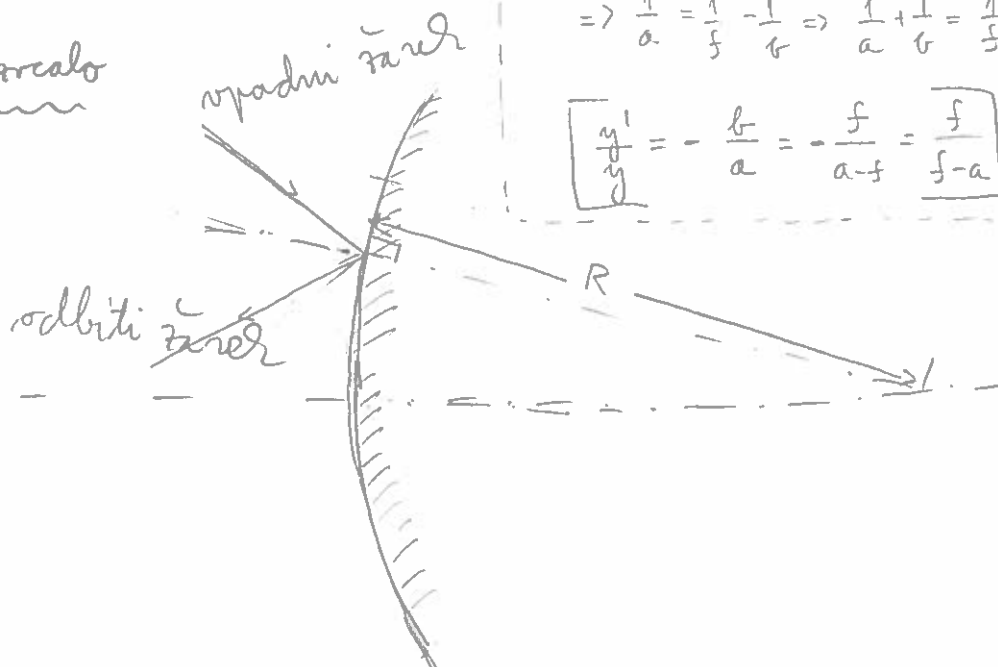
$$\frac{y}{a} = \frac{y'}{|b|} = -\frac{y'}{b}$$

$$\frac{y}{f} = \frac{y'}{f+|b|} = \frac{y'}{f-b}$$

$$\Rightarrow \frac{f}{a} = -\frac{f-b}{b} = \frac{b-f}{b} = 1 - \frac{f}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \checkmark$$

b) Konvexno krogelno zrcalo

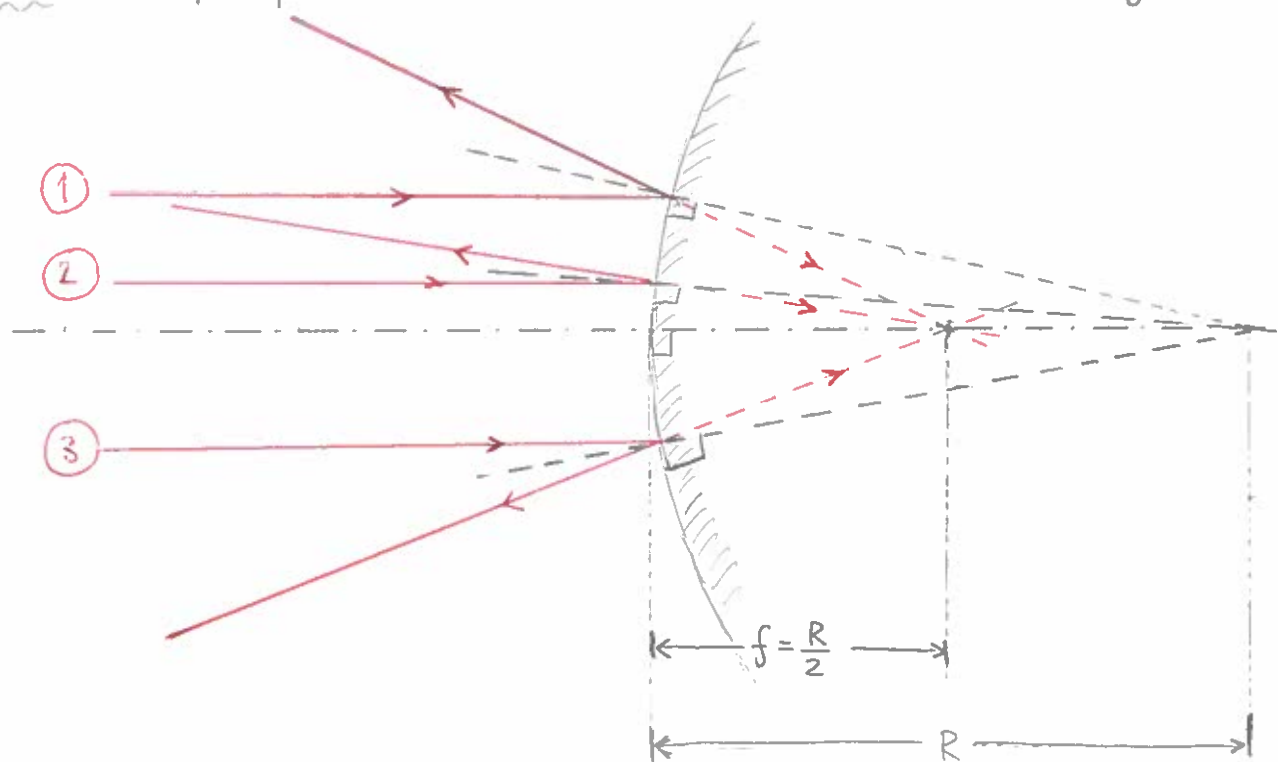


$$\boxed{\frac{y'}{y} = -\frac{b}{a} = -\frac{f}{a-f} = \frac{f}{f-a}}$$



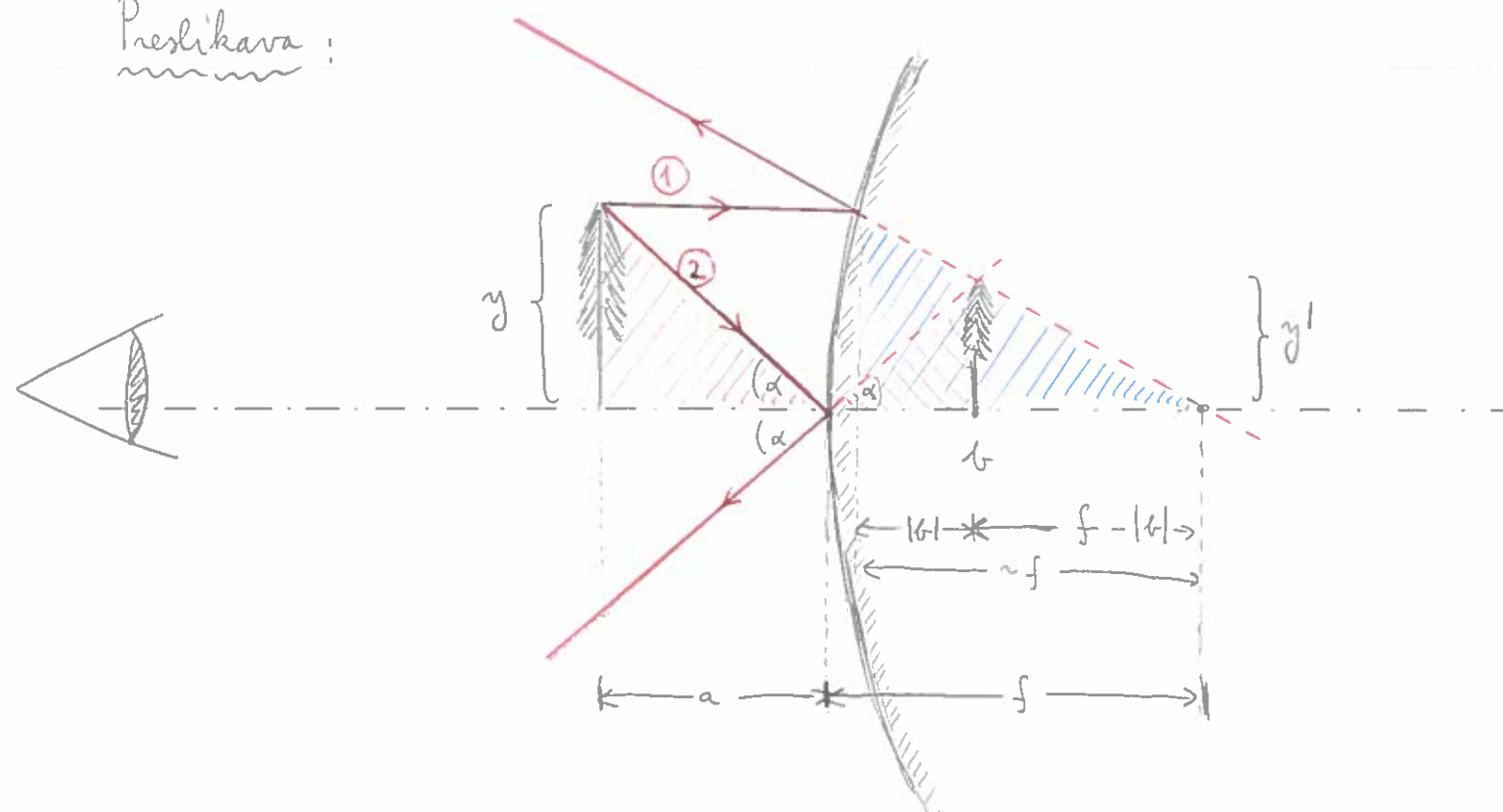
Poskus: snop vpadnih žarkov, vzporednih z optično osjo

(5)



- po odboju žarki razpršeni
- odbiti žarki, podaljšani v obratni smeri, sekajo optično os v isti točki - gorišču

Preslikava:



• virtualna slika (utvara)

• podobni trikotniki:

$$\frac{y}{a} = \frac{y'}{|b|} = \frac{y'}{-b}$$

$$\frac{y}{f} = \frac{y'}{f' - |b|} = \frac{y'}{f + b}$$

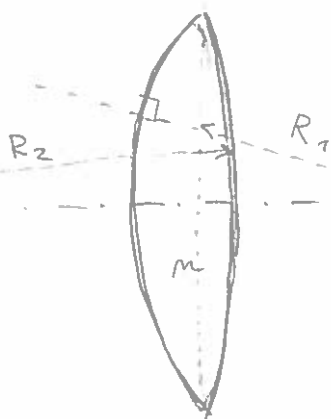
$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{f}{a} &= - \frac{(f+b)}{b} = - \frac{f}{b} - 1 \\ \frac{1}{a} &= - \frac{1}{b} - \frac{1}{f} \end{aligned} \right\} : f$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = - \frac{1}{f}} \quad \text{Enačba konvergenčnega žarila}$$

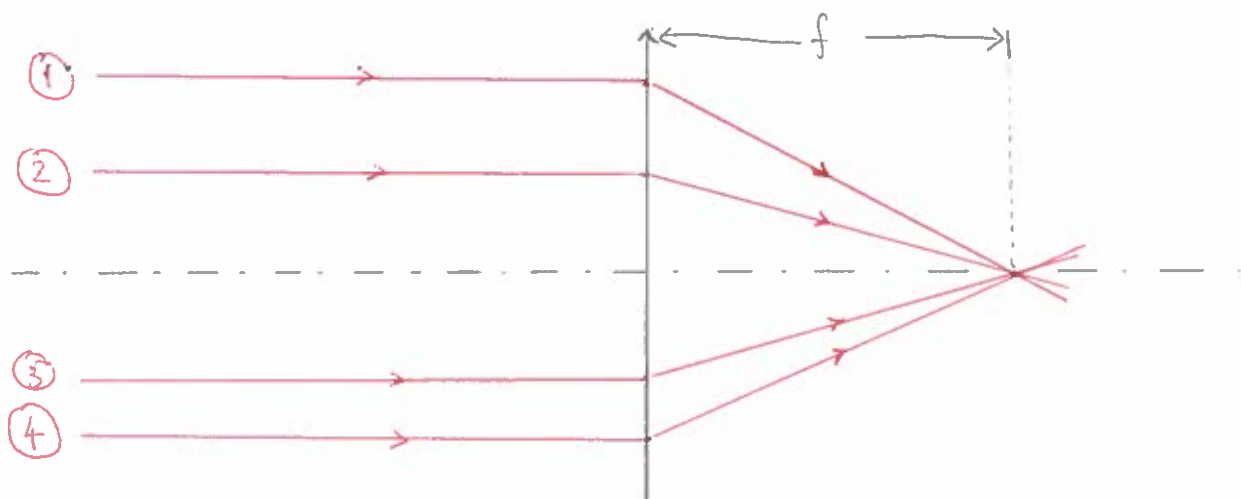
$$\Rightarrow \frac{1}{b} = - \frac{1}{f} - \frac{1}{a} = - \frac{a+f}{af} \Rightarrow b = - \frac{af}{a+f}$$

$$\Rightarrow \boxed{y' = -y \frac{b}{a} = y \frac{f}{a+f}} \Rightarrow \boxed{\frac{y'}{y} = \frac{f}{a+f}}$$

c) Bikonvektna leča



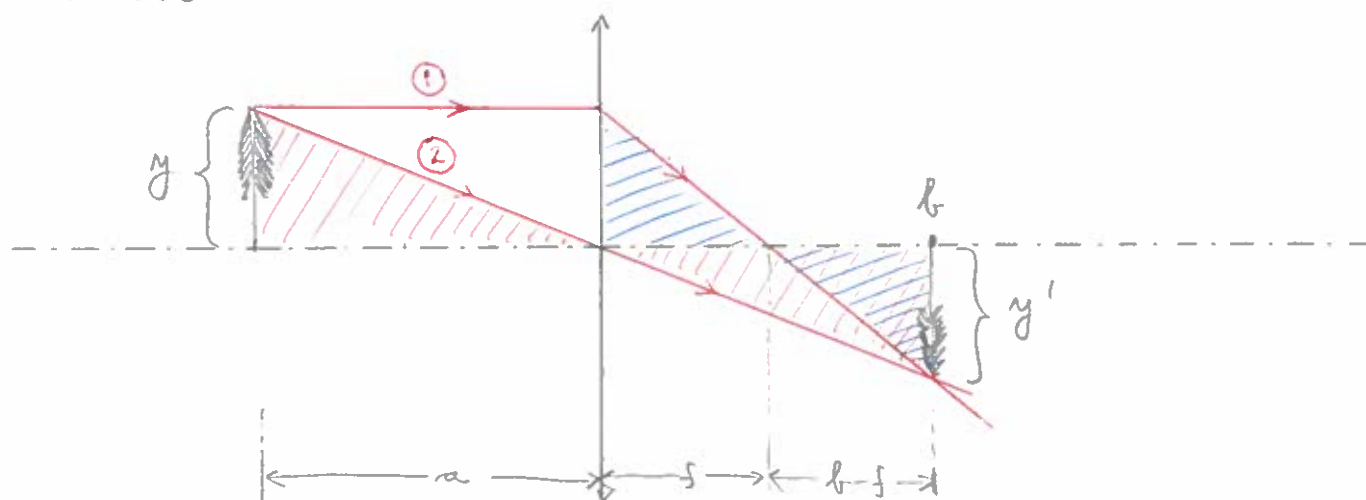
Podkus: snop vpadnih žarkov, vzporednih s optično osjo



•  $f = f(R_1, R_2, n)$

• zbiralna leća

Preslikava:



•  $b$ : položaj slike =  $\begin{cases} > 0 & \text{; slika na nasprotni strani leće, kot predmet} \\ < 0 & \text{; isti} \end{cases}$

— + Po prehodu: + v smeri žarlov  
0 1 po prehodu

• Podolni lučolomiki:

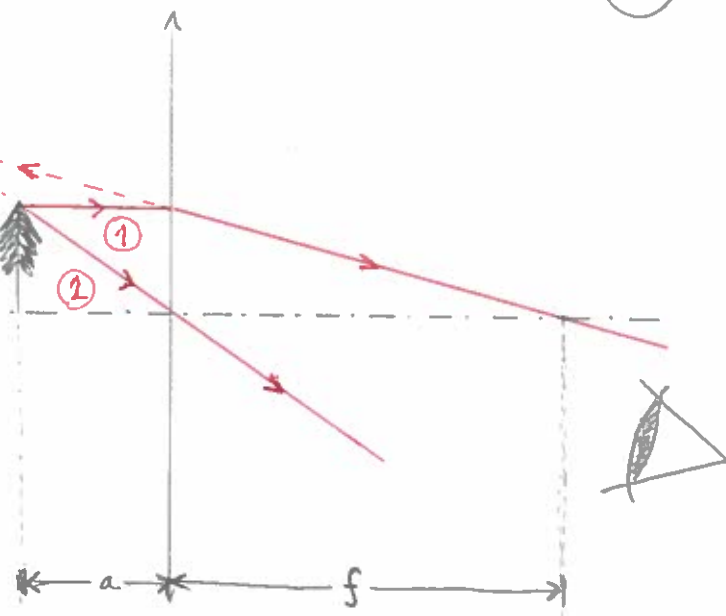
$$\left. \begin{aligned} \frac{y}{a} &= -\frac{y'}{b} \\ \frac{y}{f} &= -\frac{y'}{b-f} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}} \text{ Enačba zbiralne leće}$$

$$\Rightarrow \boxed{b = \frac{af}{a-f}} = \begin{cases} > 0; a > f & \text{(slika realna)} \\ < 0; a < f & \text{(slika navidezna)} \end{cases}$$

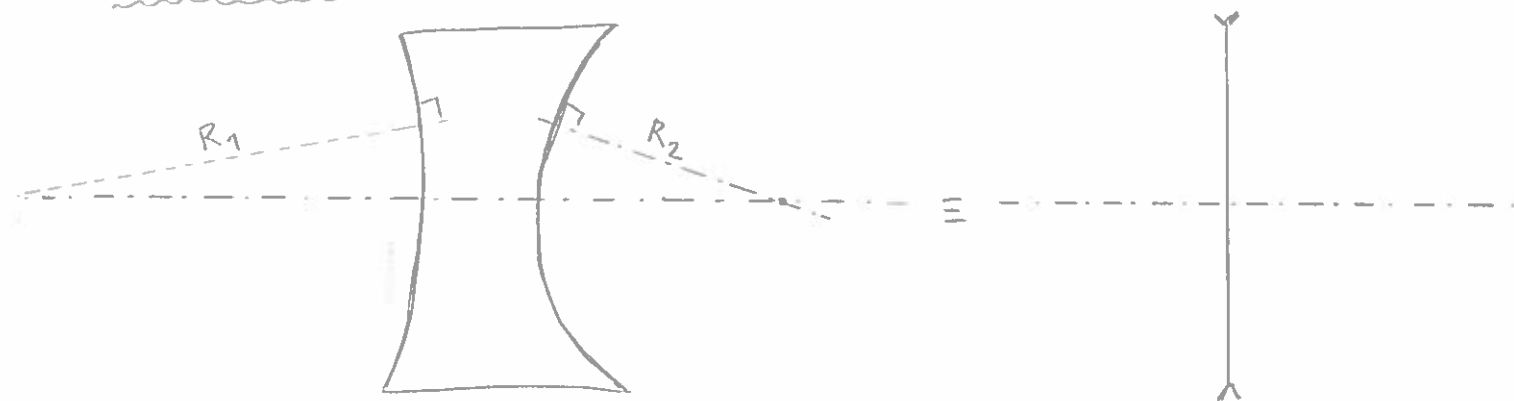
$$\boxed{\frac{y'}{y} = \frac{f}{f-a}}$$

- $b < 0$ : slika nastane le, če skozi lečo pogledamo z očesom (dodatna leča, glej spodaj)

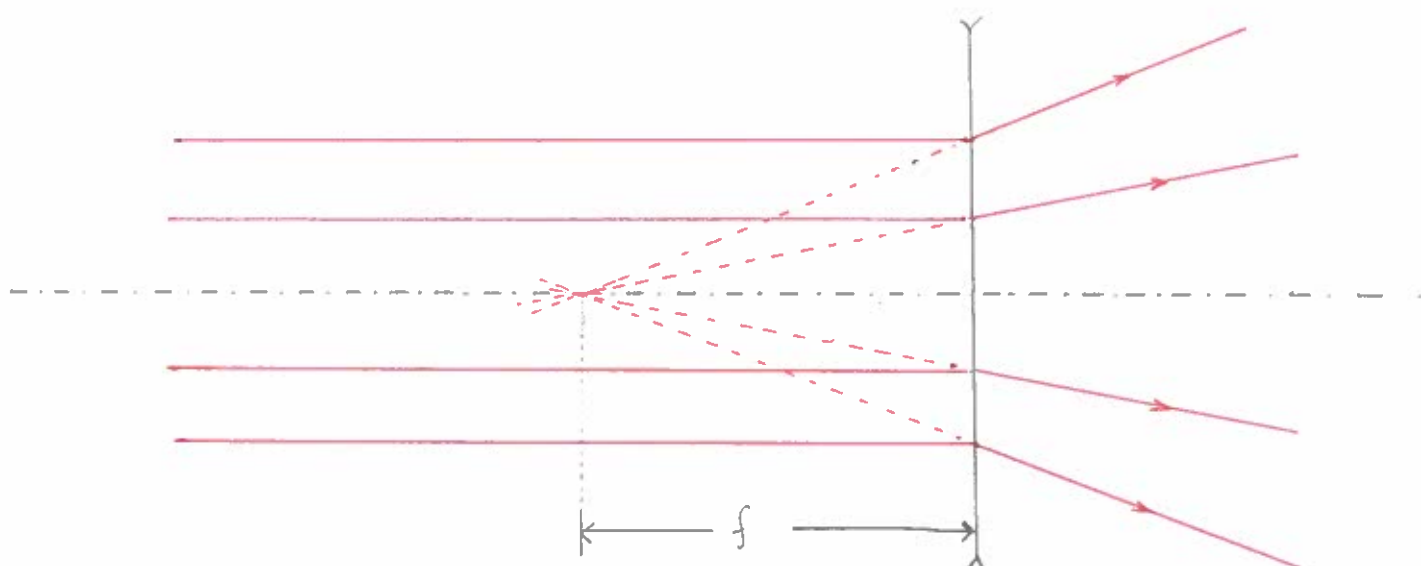
- slika nastane na mrežnici (in nato v naših mišicah)

 $b < 0$ 

#### d) Bikonkavna leča



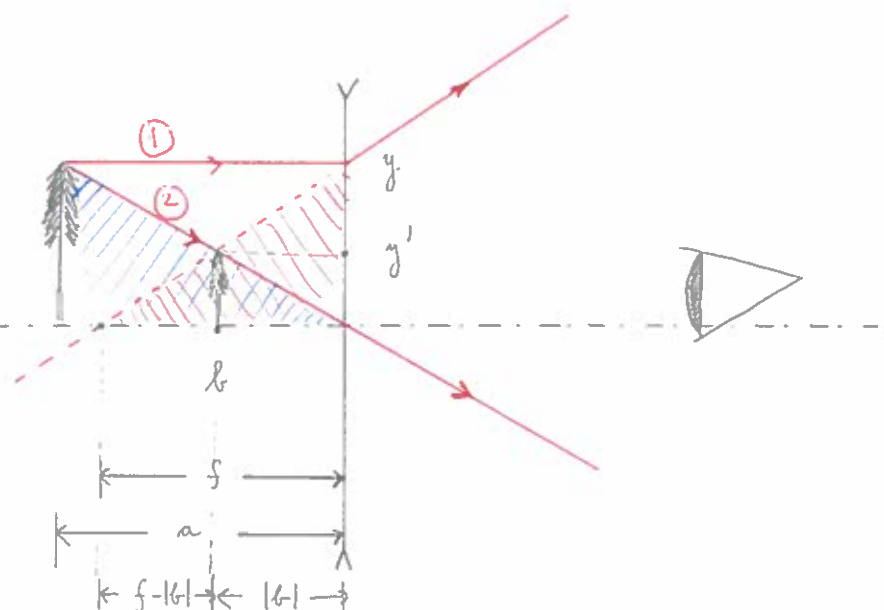
Poskus: snopi vpadnih žarkov, vzporednih z optično osjo



- $f = f(R_1, R_2, n)$
- razpršilna leča

①

Preslikava:



•  $b < 0$

Podobni trikotniki:

$$\left. \begin{aligned} \frac{y}{f} &= \frac{y'}{f+b} \\ \frac{y}{a} &= -\frac{y'}{b} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{f}{a} &= -\frac{f+b}{b} = -\frac{f}{b} - 1 \\ \frac{1}{a} &= -\frac{1}{b} - \frac{1}{f} \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}}$$

Enačba razpršilne leče

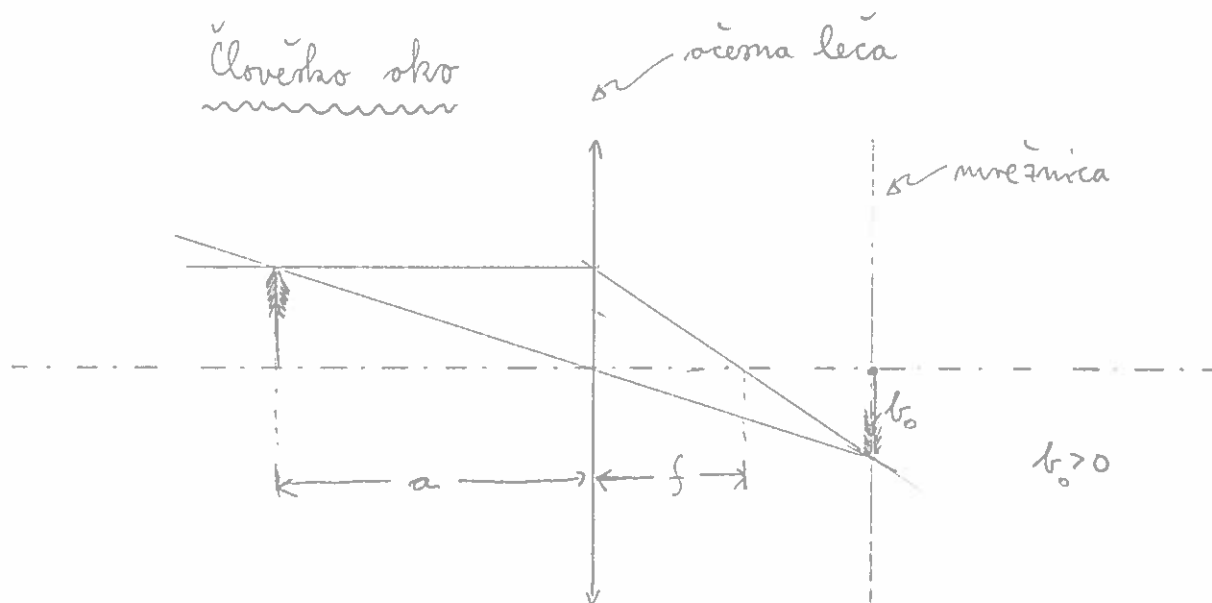
$$\frac{1}{b} = -\frac{1}{f} - \frac{1}{a} = -\frac{f+a}{af} \Rightarrow \boxed{b = -\frac{af}{f+a}} < 0; \text{ slika navidezna}$$

$$\boxed{\frac{y'}{y} = \frac{f}{f+a}}$$

Linearna povečava

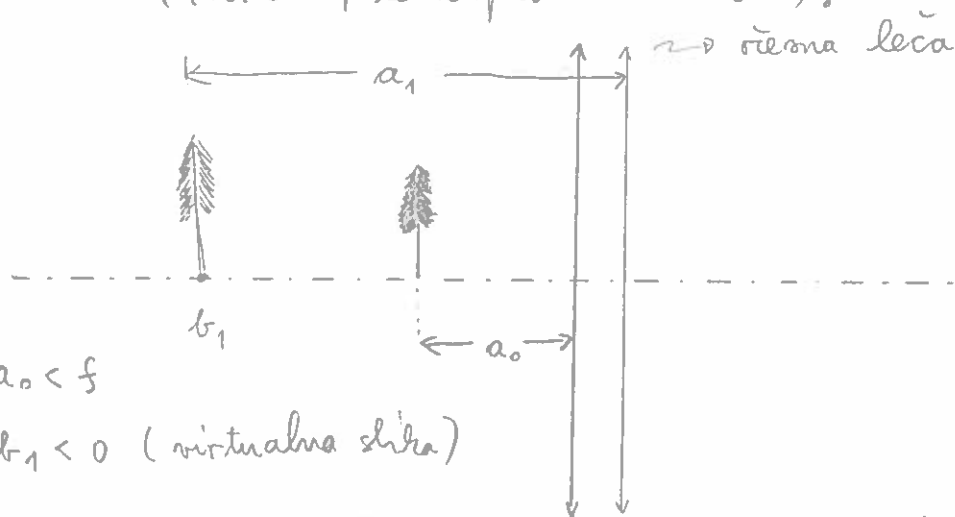
- Za realne slike

• def:  $\boxed{N_1 = \left| \frac{y'}{y} \right| = \frac{f}{a-f}}$  (konkavna zrcala in zbiralne leče)



- $b_0$  fiksen ( $b_0 > 0$ ): prilagajanje  $f$  ( $R_1$  in  $R_2$ )
- $\frac{1}{a} + \frac{1}{b_0} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{ab_0}{a+b_0}$
- v možganih se slika z mrežnice obrne
- nemožnost prilagajanja  $f$ :  $b \neq b_0$  (slika na mrežnici ni ostro)
  - a) daljnovidnost ( $b = b_0$  samo za oddaljene predmete)
  - b) kratkovidnost ( $b = b_0$  samo za bližnje predmete)

Primer: ostro slika le na razdaljah  $a \geq a_1 = 1\text{ m}$  (daljnovidnost), želeli pa bi gledati tudi bližje, na razdalji  $a_0 = 25\text{ cm}$  (def: standardna razdalja). Koriščijska očala (dodatna (zbiralna) leča pred očesno lečo):



- $a_0 < f$
- $b_1 < 0$  (virtualna slika)

dodatna leča (npr. očala);  $f$

$$b_1 = \frac{a_0 f}{a_0 - f}$$

(3)

$$\bullet \quad a_1 \approx |b_1| = \frac{a_0 f}{f - a_0}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a_1} = \frac{f - a_0}{a_0 f} = \frac{1}{a_0} - \frac{1}{f}$$

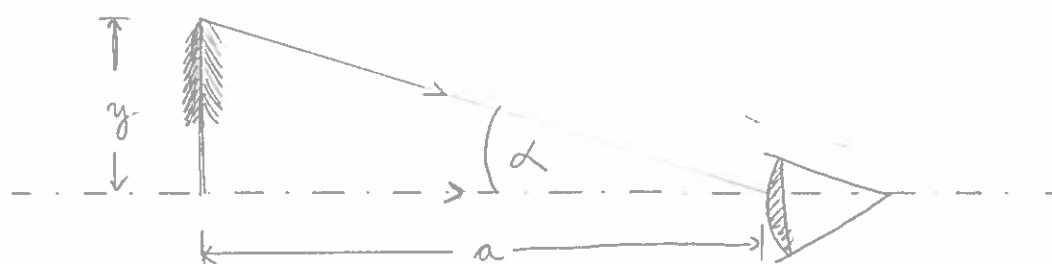
$$\Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_1} = \frac{a_1 - a_0}{a_0 a_1} = \frac{0.75 \text{ m}}{0.25 \text{ m}^2} = 3 \text{ m}^{-1} \equiv D \text{ (dioptrická leče)}$$

$$\left( f = \frac{1}{D} = \frac{1}{3} \text{ m} \approx 33 \text{ cm} \right)$$

za krátkovídkne: rozprávkne leče.

## Optické naprave

• Def: formi kot  $\alpha$



$$\boxed{\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{a}}$$

Včasih  $\alpha$  premajhen, da bi videli podrobnosti na predmetu  
(da bi na premajhni sliki na mrežnici lahko razločili podrobnosti  
ali da bi predmet celo videli:

a) premajhen predmet ( $y \rightarrow 0$ )

b) preveč oddaljen predmet ( $a \rightarrow \infty$ )

V obeh primerih  $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha \rightarrow 0$

Optične naprave: povečava zornega kota ( $\neq$  linearna povečava)

(4)

$$N_2 \equiv \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$\alpha'$ : zorni kot (kot med žarki s skrajnih točk predmeta, ki padajo na oko), če predmet pogledamo skozi optično napravo

$\alpha$ : zorni kot, če predmet pogledamo s prostim očesom

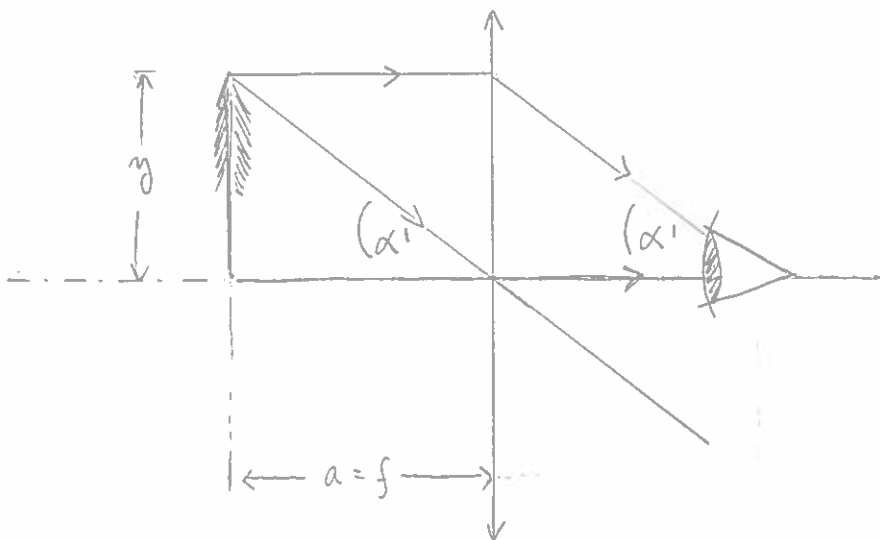
### (1) Lupa

- $\alpha$  (pre-) majhen, ker je predmet premajhen

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{a_0}$ : zorni kot, če je predmet na standardni razdalji:  
 $a_0 = 25 \text{ cm}$  pred očesom

- Lupa: zbiralna leča z goriščno razdaljo  $f$ , ki jo postavimo <sup>med</sup> predmet in oko (očesno lečo) - podobno, kot pri korekcijskih očalih za daljnovidno, vendar z drugačnim namenom

- predmet na goriščni razdalji pred lupo ( $a = f$ ):



$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{y}{f}$$

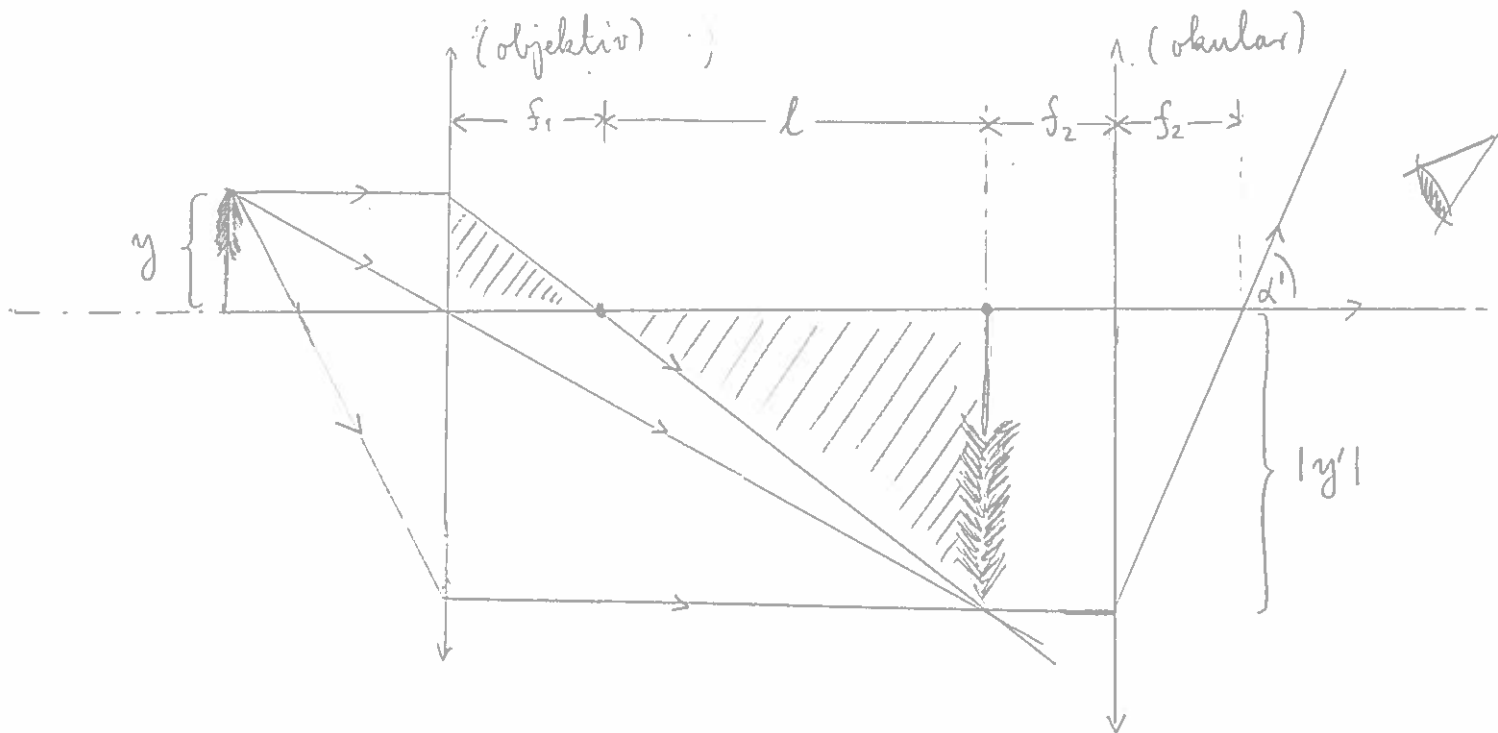
$$\Rightarrow N_2 = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{a_0}{f}$$



## (2) Mikroskop

5

- kot pri lupi:  $\alpha$  premajhen, ker je predmet premajhen



$$\tan \alpha' = \frac{|y'|}{f_2}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{y}{f_1} &= \frac{|y'|}{l} \Rightarrow |y'| = y \frac{l}{f_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan \alpha' = y \frac{l}{f_1 f_2}$$

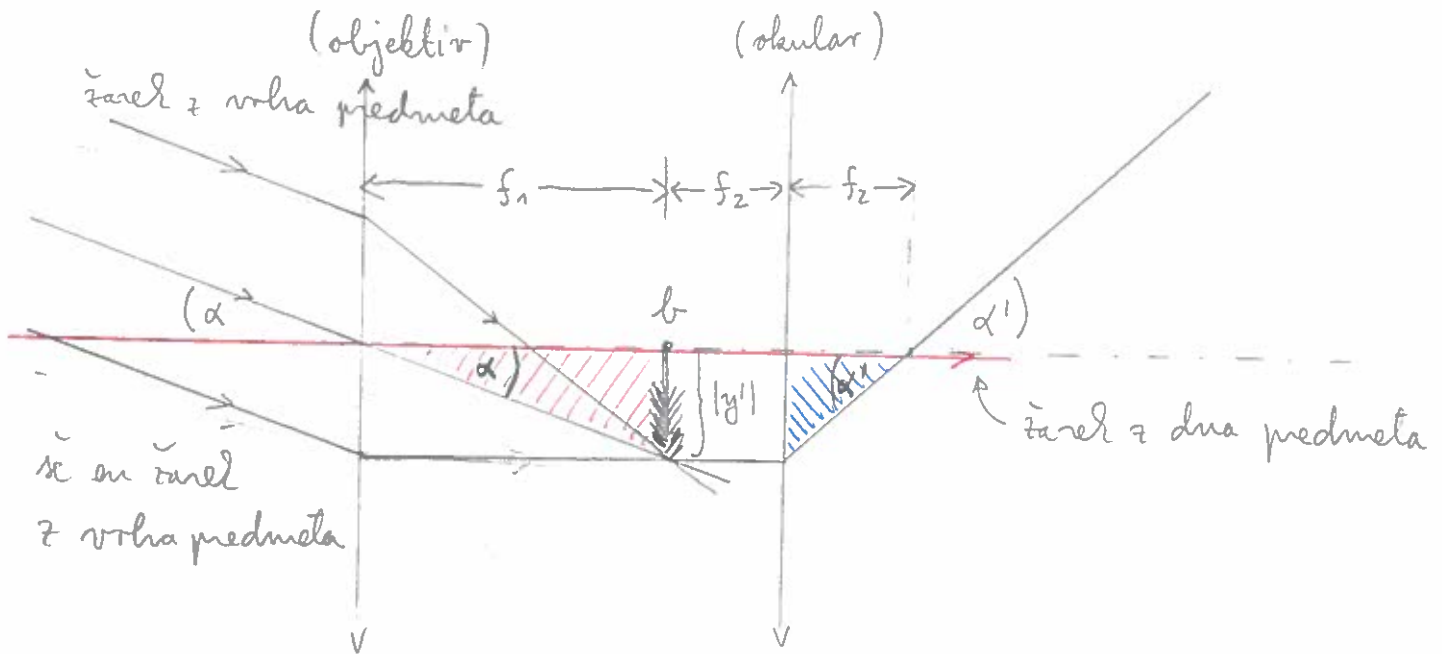
$$\tan \alpha = \frac{y}{a_0} \quad (\text{zorni kot na standardni razdalji})$$

$$\Rightarrow \boxed{N_2 \equiv \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} = \frac{a_0 l}{f_1 f_2}}$$

## (3) Daljnogled

- $\alpha$  premajhen, ker je predmet zelo oddaljen

6



$$f_1 \ll a \Rightarrow b = \frac{af_1}{a-f_1} \approx \frac{af_1}{a} = f_1$$

$$\tan \alpha' = \frac{|y'|}{f_2}, \quad \tan \alpha = \frac{|y|}{b} \approx \frac{|y|}{f_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{N_2 \equiv \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} = \frac{f_1}{f_2}}$$

Vrste sevanja in njihovi izvori

①

$$\bullet q_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As : osnovni naboj}$$

$$\bullet h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js : Planckova konstanta}$$

(1)  $\alpha$  (jedra  ${}^4\text{He}$ , vezana stanja  $2p2n$ ):

$$\bullet q = 2q_0$$

$$\bullet \text{ jedrski razpadi } \alpha \quad (N \rightarrow N' + \alpha)$$

$$\bullet m_\alpha \approx 4m_p \approx 4m_n$$

(2)  $e^-$ :

$$\bullet q = -q_0$$

$$\bullet m_{e^-} \leq \frac{1}{2000} m_p$$

$$\bullet \text{ jedrski razpadi } \beta^- : N \rightarrow N' + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

$\bullet$  gospredvalniški  $e^-$  (fizikalni eksperimenti, katodne cevi, elektronska radioterapija)

$\bullet$  interakcija fotonov (paketov EM sevanja) s snovjo (Comptonovo sipanje, fotoefekt, tvorba parov  $e^+e^-$ )

(3)  $e^+$ :

$$\bullet q = +q_0$$

$$\bullet m_{e^+} = m_{e^-}$$

$$\bullet \text{ jedrski razpadi } \beta^+ : N \rightarrow N' + e^+ + \nu_e$$

(4)  $\gamma$  žarki v  $\gamma$  in  $X$  (paketi EM valovanja):

- $q = 0$
- $m_\gamma = m_X = 0$
- $E = h\nu$  ( $\nu$  = frekvenca valovanja)
- jedrski raspad (prehodi)  $\gamma^*$
- anihilacija (izničenje)  $e^+e^-$
- atomski prehodi
- zvočno sevanje (prosečanje  $e^-$ ); npr. Röntgeni  $\gamma$
- $\gamma$  žarki

(5)  $p$ :

- $q = 2$
- presečevalniški  $p$  (fizikalni eksperimenti, protonska radioterapija)
- kozmični žarki

(6)  $\mu^\pm$ :

- $q = \pm 1$
- $m_{\mu^\pm} \approx 207 m_{e^\pm}$
- produkti pri trkih kozmičnih  $p$  z jedri zrak  
(naravno ozadje)

(7)  $n$ :

- $q = 0$
- $m_n \geq m_p$

- fizikalni produkti (jedrski reaktorji)
- jedrske reakcije (p,m)

(8) Težja jedra

- fizikalni produkti

### Osnovni pojmi dozimetrije

- $E$ : energija, ki jo sevanje (pri interakciji s snovjo) deponira v snovi (npr. v tkivu)
- (def) doba  $D \equiv \frac{E}{m}$  (deponirana energija na enoto mase  $m$  snovi (npr. tkiva), v kateri se sevalna energija deponira)

$$[D] = \text{J/kg} = \text{Gy (grej)}$$

$D$  osnovna količina za opis učinkov sevanja:

$D = 0 \Rightarrow$  ni sevalnih učinkov.

Sevalni učinki poleg  $D$  odvisni tudi od a) vrste sevanja in b) vrste snovi (tkiva, organa), ki je do to prejel

## a) Ekvivalentna doza H

(4)

$\eta_{RBE}$ : relativna biološka učinkovitost (šodni faktor) - odvisna od vrste sevanja

$$[\eta_{RBE}] = /$$

Relativna glede na sevanje  $\gamma$

| sevanje      | $\gamma, X$ | $e^{\pm}, \mu^{\pm}$ | p | n    | $\alpha$ , težja jedra |
|--------------|-------------|----------------------|---|------|------------------------|
| $\eta_{RBE}$ | 1           | 1                    | 2 | 5-20 | 20                     |

Def:  $H \equiv D \cdot \eta_{RBE}$

$$[H] = [D] = J/kg = Sv \text{ (sivert)}, \text{ da se loči od } D$$

Primer: H zaradi "naravnega ozadja"

- $\mu^{\pm}$  pri tokih kosmičnih p
- radioaktivna jedra (izotopi) v zemlji in zraku ( $K, Rn$ )
- mesečna ekvivalentna doza  $H \approx 50 - 100 \mu Sv$
- območja s starimi kamninami  $H \approx 200 \mu Sv$
- $Rn$ : neprečene celi (sevalec  $\alpha$ )

# 1.) Efektivna doza $D_{EF}$

- $H_i$ : ekvivalentna doza, ki jo je prejel  $i$ -ti organ
- $w_i$ : utežni faktor  $i$ -tega organa;

$$[w_i] = /$$

$$\sum_i w_i = 1$$

$\rightarrow$  seštevamo po vseh organih

def:  $D_{EF} \equiv \sum_i w_i H_i$  ;  $[D_{EF}] = [H] = Sv$

| organ | kostni možek | želo | pljuča | spolovila | ... |
|-------|--------------|------|--------|-----------|-----|
| $w_i$ | 0,20         | 0,20 | 0,20   | 0,1       | ... |

(višji  $w_i \rightarrow$  bolj občutljiv je organ na sevanje)

Primer: vsi organi prejmejo enako ekvivalentno dozo,

$$H_i = H_{mst.}$$

$$\Rightarrow D_{EF} = \sum_i w_i H_i = H_i \sum_i w_i = H_i \quad (\text{efektivna doza telesa}$$

enaka ekvivalentni dozi posameznega organa)

Primeri  $D_{EF}$ :

- slikanje z rentgenskim aparatom  $\sim 1-3 mSv$
- 1 črtoresniški poljub z letalom  $\sim 100-300 \mu Sv$
- (kratrotrojna)  $D_{EF} \approx 1 Sv$  : smrtna doza

## Ščitenje pred sevanjem

- (1)  $\alpha, p$  in težja jedra : zelo hratek doseg, poravnadi dovolj je list papirja. Nevarnost, če zaužijemo (rastropitev) ali vdihavamo (Rn v zraku!?)
- (2)  $e^\pm$  : za zaustavitev dovolj tanka plast kovine (za npr. srebra  $\beta^\pm$ ).
- (3)  $\mu^\pm$  : bolj prodorni od  $e^\pm$  (ni zavornega sevanja)
- (4)  $n$  :  $q=0 \Rightarrow$  še bolj prodorni (problem ščitnja pri jedrskih reakcijah)
- (5)  $\gamma$  : tudi  $q=0$ ;  $E_\gamma \sim 1 \text{ MeV} \Rightarrow$  nekaj cm Pb

## Praktična vaja naslednje leto

- srebro  $\gamma$
- šibak srebro :  $H \ll$  mesečna ekvivalentna doza zaradi naravnega ozadja
- med drugim tudi : kako debel Pb-ščit?



# Exponentni raspad

(1)

Denimo, da imamo ob času  $t=0$   $N_0$  atomov z radioaktivnimi jedri: jedra razpadajo, vendar ne istočasno.

- $t_i$ : čas razpada  $i$ -tega jedra
- $\bar{t}_{N_0} \equiv \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} t_i$ : povprečni razpadni čas atomov v našem vzorcu
- v primeru velikega števila  $N_0$  nestabilnih jeder (iste vrste) se  $\bar{t}_{N_0}$  približa isti vrednosti  $\tau$ :

$$\lim_{N_0 \rightarrow \infty} \bar{t}_{N_0} = \tau$$

$\tau$  je odvisen od vrste jeder in ga imenujemo pričakovani razpadni čas posamezne vrste jeder.

Na opisani pojav lahko pogledamo še nekoliko drugače.

Vprašajmo se, koliko izmed  $N_0$  jeder bo razpadlo v intervalu  $[0, t]$ . Na vprašanje ne moremo točno odgovoriti, saj v enakem intervalu in ob enakem  $N_0$  izmerimo različna števila  $N_i$  razpadov:  $N_1, N_2, \dots$ . Pravemo lahko le, kolikšna je verjetnost  $P(N; N_0, \theta)$ , da bomo pri posamezni meritvi z  $N_0$  radioaktivnimi jedri na začetku, v intervalu  $[0, t]$  izmerili natanko  $N$  razpadov:

$$P(N; N_0, \theta) = \binom{N_0}{N} \theta^N (1-\theta)^{N_0-N} \quad (\text{binomska porazdelitev})$$

pri čemer je  $\binom{N_0}{N}$  binomski koeficient,

$$\binom{N_0}{N} = \frac{N_0!}{N! (N_0 - N)!}$$

(2)

$\Theta$  pa parameter porazdelitve,

$$\Theta = 1 - \exp\{-t/\tau\}$$

V primeru, ko je  $t \ll \tau$  (ko je  $t/\tau \ll 1$ ), velja

$$\exp\{-t/\tau\} \approx 1 - t/\tau$$

in se splošni izraz za  $\Theta$  poenostavi,

$$t/\tau \ll 1 : \Theta \approx t/\tau$$

Dokimo, da smo ponovili  $N_{\text{exp}}$  takih identičnih poskusov, med katerimi je bilo  $N_{\text{izm}}(N)$  takih, pri katerih smo v intervalih  $[0, t]$  izmenili natanko  $N$  razpadov. V limiti velikega števila  $N_{\text{exp}}$ , delo tistih  $N$  razpadov

razpada  $\approx P(N; N_0, \Theta)$ ,

$$\lim_{N_{\text{exp}} \rightarrow \infty} \frac{N_{\text{izm}}(N)}{N_{\text{exp}}} = P(N; N_0, \Theta),$$

medtem ko povprečno  $\bar{N}$  razpadov razpada s pričakovano vrednostjo  $\langle N \rangle$  binomske porazdelitve

$$\lim_{N_{\text{exp}} \rightarrow \infty} \frac{1}{N_{\text{exp}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{exp}}} N_i = \langle N \rangle = N_0 \Theta = N_0 (1 - \exp\{-t/\tau\}). \quad (1)$$

(3)  
V primeru, ko je  $t_{1/2} \ll 1$  in se  $\theta$  poenostavi v  $\theta \approx t_{1/2}$ , je  $\langle N \rangle$  približno

$$t_{1/2} \ll 1 : \langle N \rangle \approx N_0 t_{1/2}$$

(2)

Komentar:  $P(N; N_0, \theta)$  in  $\langle N \rangle$  definirana splošno,  
za vsak  $N_0$ , njena interpretacija pa  
zahteva  $N_{\text{exp}} \rightarrow \infty$ .

Širina binomske porazdelitve,

$$\sqrt{N_0 \theta (1 - \theta)},$$

nam pove, kolikšno raztresenost števila razpadov  
okoli pričakovane vrednosti  $\langle N \rangle$  lahko pričakujemo.

V primeru, ko

- $N_0 \rightarrow \infty$  ( $N_0 \gg 1$ )
  - $\theta \rightarrow 0$  ( $\theta \ll 1$ )
- } tako, da je  $\langle N \rangle = N_0 \theta$  končna,

in

- $N \ll N_0$ ,

se binomska verjetnost  $P(N; N_0, \theta)$  poenostavi v Poissonovo  $P(N; \langle N \rangle)$ :

$$P(N; N_0, \theta) \approx P(N; \langle N \rangle) = \frac{\langle N \rangle^N}{N!} \exp \{ - \langle N \rangle \}$$

$$\binom{N_0}{N} = \frac{N_0!}{N!(N_0-N)!} = \frac{N_0(N_0-1)\dots(N_0-N+1)}{N!} \stackrel{N_0 \gg N}{\approx} \frac{N_0^N}{N!} \quad (4)$$

$$(1-\theta)^{N_0-N} \stackrel{N \ll N_0}{\approx} (1-\theta)^{N_0} = \left(1 - \frac{\langle N \rangle}{N_0}\right)^{N_0} = \left\{ \left(1 - \frac{\langle N \rangle}{N_0}\right)^{\frac{N_0}{\langle N \rangle}} \right\}^{\langle N \rangle}$$

$$\lim_{N_0 \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\langle N \rangle}{N_0}\right)^{\frac{N_0}{\langle N \rangle}} = e^{-1} \Rightarrow \lim_{N_0 \rightarrow \infty} (1-\theta)^{N_0 - \langle N \rangle} \stackrel{N \ll N_0}{=} \exp\{-\langle N \rangle\}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(N; N_0, \theta) &\stackrel{N_0 \gg 1, N_0 \gg N}{\approx} \frac{N_0^N}{N!} \theta^N \exp\{-\langle N \rangle\} = \frac{(N_0 \theta)^N}{N!} \exp\{-\langle N \rangle\} \\ &= \frac{\langle N \rangle^N}{N!} \exp\{-\langle N \rangle\} \end{aligned}$$

V primeru Poissonove porazdelitve se itaiz za število porazdelitve poenostavi:

$$\theta \ll 1: (1-\theta) \approx 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{N_0 \theta (1-\theta)} \approx \sqrt{N_0 \theta} = \sqrt{\langle N \rangle}$$

Aktivnost vira (pričakovano št. razpadov na enoto časa)

$$\boxed{A \equiv \langle \dot{N} \rangle} \quad ; \quad [A] = s^{-1} = Bq \text{ (bekuerel)}$$

$$\Rightarrow \boxed{A = \frac{N_0}{\tau} \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}} \quad (\text{odvajamo enačbo (1)})$$

$\Rightarrow$  v primeru  $t/\tau \ll 1$ :

$$A = \frac{N_0}{\tau} \quad (\text{odvajamo enačbo (2)})$$

Je ena eksponentna porazdelitev: čas med dvema zaporednima razpadoma:

- $N_0 \gg 1$  ves čas podana
- verjetnost, da bo čas med dvema sosednjima razpadoma na intervalu  $[t, t+\Delta t]$ ,  $\Delta t \ll \frac{\tau}{N_0}$

$$P([t, t+\Delta t]) \approx \frac{1}{\tau'} \exp\left\{-t/\tau'\right\} \Delta t, \quad \tau' = \tau/N_0$$

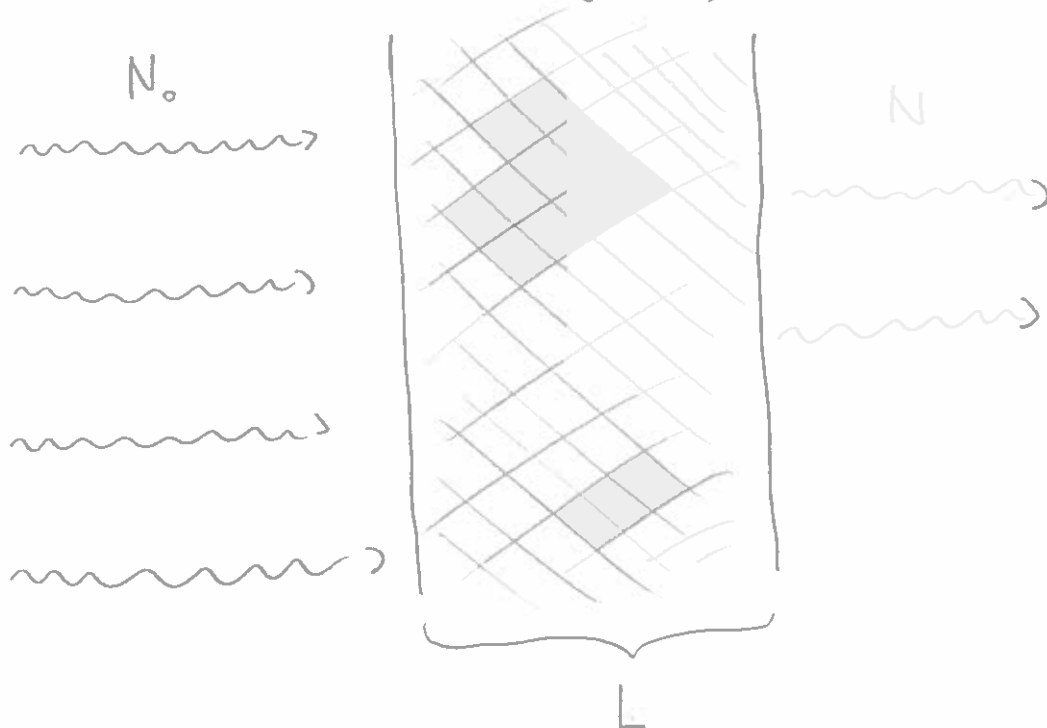
Eksponentna atenuacija žarkov  $\gamma$

- $E_\gamma \lesssim 0,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$  (0,5 MeV): v glavnem fotoefekt



- fotoelektron se ustavi v neposredni bližini svojega nastanka
- foton (žarek  $\gamma$ ) izgine v enem samem (katastrofalnem) dogodku

- ioniziran atom se vrača v osnovno stanje tudi z izsevanjem žarkov X (sekundarni fotoni)



- $N_0$ : število vpadnih žarkov  $\gamma$
- $N$ : število izhodnih fotonov
- $L$ : debelina snovi

Če so ~ vsi izhodni elektroni primarni (če se morebitni sekundarni fotoni ~ vsi absorbirajo pred izstopom):

$$P(N; N_0, \theta) = \binom{N_0}{N} \theta^N (1-\theta)^{N_0-N}$$

pri čemer

$$\theta = \exp\{-\mu L\} \quad ; \quad [\mu] = \text{m}^{-1} (\text{cm}^{-1}, \text{mm}^{-1})$$

in je  $\mu$  linearni absorpcijski koeficient; odvisen je od energije vpadnih žarkov  $\gamma$  in od snovi.

Pričakovano število prepuščenih žarkov  $\gamma$ :

(7)

$$\langle N \rangle = N_0 \Theta = N_0 \exp \{ -\mu L \}$$

Namesto  $\mu$  razpolovna debelina  $L_{1/2}$ :

$$L = L_{1/2} \Leftrightarrow \langle N \rangle = N_0/2$$

Zveza med  $L_{1/2}$  in  $\mu$ :

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \exp \{ -\mu L_{1/2} \}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \exp \{ -\mu L_{1/2} \}$$

$$\Rightarrow 2 = \exp \{ +\mu L_{1/2} \}$$

$$\Rightarrow \ln 2 = \ln (\exp \{ +\mu L_{1/2} \})$$

$$\Rightarrow \ln 2 = \mu L_{1/2}$$

$$\Rightarrow L_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} \quad ; \quad [L_{1/2}] = m(am, mm, \dots)$$