

Prvi kolokvij iz Matematike 2

27. november 2019

Čas pisanja je 90 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

Ime in priimek _____

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

Dana je funkcija f s predpisom

$$f(x, y) = e^{-\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}}.$$

a) Določi definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije f .

b) Nariši nivojnici za vrednosti $z = \frac{1}{e}$ in $z = \frac{1}{2}$.

c) Dokaži, da je s predpisom

$$\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}} & : (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & : (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

definirana zvezna razširitev funkcije f na $\mathbb{R}^2$.

2. naloga (25 točk)

Dana je funkcija f s predpisom $f(x, y) = \sqrt{x} \sqrt[5]{1+y^2}$.

a) Zapiši Taylorjevo vrsto za funkcijo f okoli točke $(1, 0)$.

b) S pomočjo Taylorjevega polinoma druge stopnje izračunaj približno vrednost funkcije f v točki $(1.01, -0.5)$.

c) Izračunaj $\frac{\partial^{2020} f}{\partial x^{2019} \partial y}(1, 0)$ in $\frac{\partial^{2020} f}{\partial x^{2018} \partial y^2}(1, 0)$.

3. naloga (25 točk)

Poišči stacionarne točke in lokalne ekstreme funkcije f s predpisom $f(x, y, z) = e^{x-z} (x^2 + y^2 + z^2)$.

4. naloga (25 točk)

Poišči tisti kvader z oglišči na sferi $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ in robovi vzporednimi s koordinatnimi osmi, ki ima največjo površino.