

2. kolokvij iz Matematike II

14. 1. 2013

Veliko uspeha!

1. naloga (15 točk)

Naj bo

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{\sqrt{x^4 + y^4}}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ a, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

1. Določi a , da bo f zvezna povsod.
2. Izračunaj parcialne odvode (prvega reda), kjer obstajajo.

2. naloga (15 točk)

Izračunaj smerni odvod funkcije

$$f(x, y) = y \arctan(1 + x) + x + y^2$$

v točki $(-1, 1)$ v smeri vektorja $\vec{v} = (2, 1)$.

3. naloga (20 točk)

Razvij funkcijo $f(x, y) = x \sin(xy^2)$ v Taylorjevo vrsto okrog točke $(0, 0)$. S pomočjo razvoja izračunaj

$$\frac{\partial^{34} f}{\partial x^{12} \partial y^{22}}(0, 0) \text{ in } \frac{\partial^{42} f}{\partial x^{16} \partial y^{26}}(0, 0).$$

4. naloga (20 točk)

Poišči največjo in najmanjšo vrednost funkcije $f(x, y) = 3x^2 - 4xy + 3y^2$ na množici $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 2\}$.

5. naloga (15 točk)

Naj bo $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$ podana s predpisom $f(x_1, x_2, y_1, y_2) = (x_1 y_1^2 + x_2 \cos y_2, (x_1 + y_1)e^{y_2} - x_2^3)$.

1. Izračunaj Jacobijevo matriko funkcije f v točki $A(2, 1, 2, 0)$.
2. Pokaži, da lahko rešitev enačbe $f(x_1, x_2, y_1, y_2) = 0$ v okolici točke A zapišemo kot $(y_1, y_2) = g(x_1, x_2)$.
3. Izračunaj Jacobijevo matriko funkcije g v točki $(2, 1)$. (Inverz matrike ranga 2 izračunamo po formuli $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$.)

6. naloga (20 točk)

Dana je krivulja $\vec{r}(t) = (2t, \ln t, t^2)$.

1. Izračunaj torzijsko in fleksijsko ukrivljenost v točki $(2, 0, 1)$.
2. Zapiši enačbo pritisnjene ravnine v točki $(2, 0, 1)$.