

1. kolovij iz Matematike 2 (FMT)

7. december 2020

Čas pisanja je 100 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

Naj bo $f(x, y) = 1 + e^{\sqrt{1-x^2-y^2}}$.

- Določite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije f .
- Narišite nivojnice funkcije f za vrednosti 2, $1 + e$ in $1 + \sqrt{e}$.
- Skicirajte graf funkcije f .
- Naj bo $z = f(x, y)$, $x = s$ in $y = st^2$. Izračunajte $\frac{\partial z}{\partial t}$ in $\frac{\partial z}{\partial s}$ za $t = 1$ in $s = \frac{1}{2}$.

2. naloga (25 točk)

Naj bo $f(x, y) = 4x^3 - 24y^2 + 96y - 27x$.

- Poiščite in klasificirajte vse lokalne ekstreme funkcije f .
- Poiščite globalne ekstreme funkcije f na območju, določenem z neenačbo $x^2 + (y - 2)^2 \leq 9$.

3. naloga (25 točk)

Naj bo $f(x, y) = y^{14}e^x + \sqrt{x} \cdot \sin(\sqrt{x} \cdot y)$.

- Določite definicijsko območje funkcije f .
- Razvijte f v Taylorjevo vrsto okrog točke $(0, 0)$.
- Izračunajte $\frac{\partial^{14} f}{\partial x^5 \partial y^9}(0, 0)$ in $\frac{\partial^{14} f}{\partial x^7 \partial y^7}(0, 0)$.
- S pomočjo linearne približke izračunajte približno vrednost funkcije f v točki $(-0.5, 0.1)$.

4. naloga (25 točk)

Dan je sistem enačb:

$$\begin{aligned} e^{x+w} + xz &= 1 \\ z^3 + y^2 - y &= 8 \end{aligned}$$

- Reši sistem enačb na z in w pri $x = 0$ in $y = 1$.
- Pokaži, da obstajata taka okolica U točke $(0, 1)$ in taka okolica V rešitve (z, w) iz prejšnje podnaloge, da ima sistem za vse $(x, y) \in U$ enolično rešitev na $(z, w) \in V$. Tako postaneta z in w funkciji spremenljivk x in y : $z = f(x, y)$, $w = g(x, y)$.