

2. kolovij iz Matematike 2 (FMT)

12. februar 2021

Čas pisanja je 100 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

Naj bosta $a > 0$ in $n \in \mathbb{N}$. Z uvedbo nove spremenljivke $t = \frac{a}{x^2+a}$ izračunaj

$$I_n(a) = \int_0^\infty \frac{1}{(x^2 + a)^n} dx.$$

2. naloga (25 točk)

Izračunaj ploščino omejenega območja, ki leži desno od y -osi in ga omejujejo krivulje $y = 2 - x^2$, $y = 3 - x^2$, $y = x^2$ in $y = x^2 + 1$.

3. naloga (25 točk)

Izračunaj prostornino telesa, določenega z neenačbama

$$(x^2 + y^2 + z^2)^3 \leq 4(x^2 + y^2)^2, \quad z \geq 0.$$

4. naloga (25 točk)

Na množici $M = [0, \infty) \times \mathbb{R}$ definiramo predpis

$$d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = |\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| + |y_1 - y_2|.$$

a) Dokaži, da je d metrika na množici M .

b) Glede na metriko d nariši odprto kroglo s polmerom 1 in središčem v $(0, 0)$ ter zaprto kroglo s polmerom 1 in središčem v $(1, 0)$.

c) Katera točka na krivulji $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ je najbližja točki $(4, 0)$ v metriki d ?