

Matematika 1 (GIK, NTO), 2. kolokvij

17. januar 2022

1. naloga (25 točk)

a) (15 točk) Poiščite vse realne rešitve naslednjega sistema enačb za vse možne realne parametre a .

$$\begin{aligned}5x + ay + 5z &= 19 \\ -2x + 2y - 5z &= -13 \\ x - 2y + z &= -1\end{aligned}$$

b) (10 točk) Poiščite vse realne rešitve naslednjega sistema enačb.

$$\begin{aligned}3x + 2y - 3z + 5w &= 2 \\ x + 2z - 3w &= 1 \\ -3x + y + 3z + 6w &= 3 \\ -6x - 2y - 3z + 4w &= -1\end{aligned}$$

2. naloga (25 točk)

Dane naj bodo točke $A(1, 3, 6)$, $B(-4, -7, -4)$, $C(2, 1, 0)$, $D(4, 2, 7)$.

a) (5 točk) Izračunajte prostornino piramide $ABCD$.

b) (10 točk) Izračunajte višino piramide $ABCD$ na osnovno ploskev ABC .

c) (10 točk) Izračunajte višino trikotnika BCD na stranico BC .

3. naloga (25 točk)

Dani naj bosta naslednji ravnini:

$$\Pi: 2x - y - z - 5 = 0, \quad \Sigma: z - x + 4 = 0.$$

Naj bo p premica, vzdolž katere se sekata ravnini Π in Σ .

a) (10 točk) Izračunajte enačbo premice p .

b) (5 točk) Izračunajte kot, pod katerim se sekata ravnini Π in Σ .

c) (10 točk) Izračunajte, za koliko je premica p oddaljena od premice $q: x = y - 1 = 2z$.

4. naloga (25 točk)

Dani naj bodo vektorji

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ \lambda \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

a) (10 točk) Določite število λ tako, da bodo vektorji $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\vec{c}$ komplanarni.

b) (15 točk) Izračunajte enačbe vseh ravnin, ki so od izhodišča oddaljene za 1 in so vzporedne ravnini, ki vsebuje vektorje $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ (za prej izračunani λ).