

Izpit iz Matematike 1 (NTF)

2. 9. 2020

1. Zapiši kompleksni števili $z = \sqrt{3} + i$ in $w = -1 + i$ v polarni obliki in izračunaj $\frac{z^{20}}{w^{40}}$.

Rešitev: $z = 2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$, $w = \sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$, $\frac{z^{20}}{w^{40}} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

2. Dana je funkcija $f(x) = (x^2 + x - 1)e^{3x}$. Poišči in klasificiraj njene stacionarne točke ter določi intervale naraščanja in padanja.

Rešitev: $x_1 = -2$ je lokalni maksimum, $x_2 = \frac{1}{3}$ je lokalni minimum; narašča na $(-\infty, -2) \cup (\frac{1}{3}, \infty)$, pada na $(-2, \frac{1}{3})$

3. Izračunaj ploščino lika, ki ga oklepata graf funkcije $f(x) = \frac{x^2-3}{x^2+1}$ in abscisna os.

Rešitev: $\frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3}$

4. Izračunaj integrala:

(a) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

(b) $\int_{-\infty}^0 \frac{e^x}{e^x + 2} dx$

Rešitev: (a) $-\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x} + C$ (b) $\ln 3 - \ln 2$