

Seifert-van Kampenov izrek

Naloga 6.1 Izračunaj fundamentalno grupo Varšavske krožnice.

Naloga 6.2 Naj bo M n -mnogoterost, $x_0, x_1, x_2 \in M$ različne točke.

1. Če je $n \geq 3$, je $\pi_1(M, x_0) \cong \pi_1(M - \{x_1\}, x_0) \cong \pi_1(M - \{x_1, x_2\}, x_0)$.
2. Naj bo $M = \mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1$. izračunaj $\pi_1(M, x_0)$, $\pi_1(M - \{x_1\}, x_0)$ in $\pi_1(M - \{x_1, x_2\}, x_0)$.

Naloga 6.3 Izračunaj fundamentalne grupe sklenjenih ploskev.

Naloga 6.4 Pokaži, da sta sklenjeni ploskvi homeomorfni natanko tedaj, ko imata izomorfni fundamentalni grupi.

Naloga 6.5 Naj bo $X_0 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (\sqrt{x^2 + y^2} - 2)^2 + z^2 = 1\}$, $X_1 = X_0 \setminus \{(3, 0, 0)\}$ in $X_2 = X_0 \setminus \{(3, 0, 0), (-3, 0, 0)\}$. Za $i = 0, 1, 2$ naj bo $Y_i = X_i \cup (\mathbb{B}^2 \times \{0\})$ in $Z_i = Y_i \cup \{(0, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (y - 2)^2 + z^2 \leq 1\}$. Za vsak $i = 0, 1, 2$ izračunaj $\pi_1(X_i, x_0)$, $\pi_1(Y_i, x_0)$ in $\pi_1(Z_i, x_0)$ (kjer je $x_0 = (1, 0, 0)$).

Naloga 6.6 Naj bo $X = \mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1$. Naj bo $K \subset \mathbb{S}^1$ končna podmnožica in naj bo $X_K = X \cup_{x \in K} (\{x\} \times \mathbb{B}^2)$. Za vsak K izračunaj $\pi_1(X_K, (1, 1))$.

Naloga 6.7 Izračunaj fundamentalno grupo Bingove hiše.

Naloga 6.8 Naj bo $T = \mathbb{S}^1 \times \mathbb{B}^2$ poln torus in $f: \partial T \rightarrow \partial T$ homeomorfizem roba torusa. Izračunaj fundamentalno grupo zlepka $T \cup_f T$.