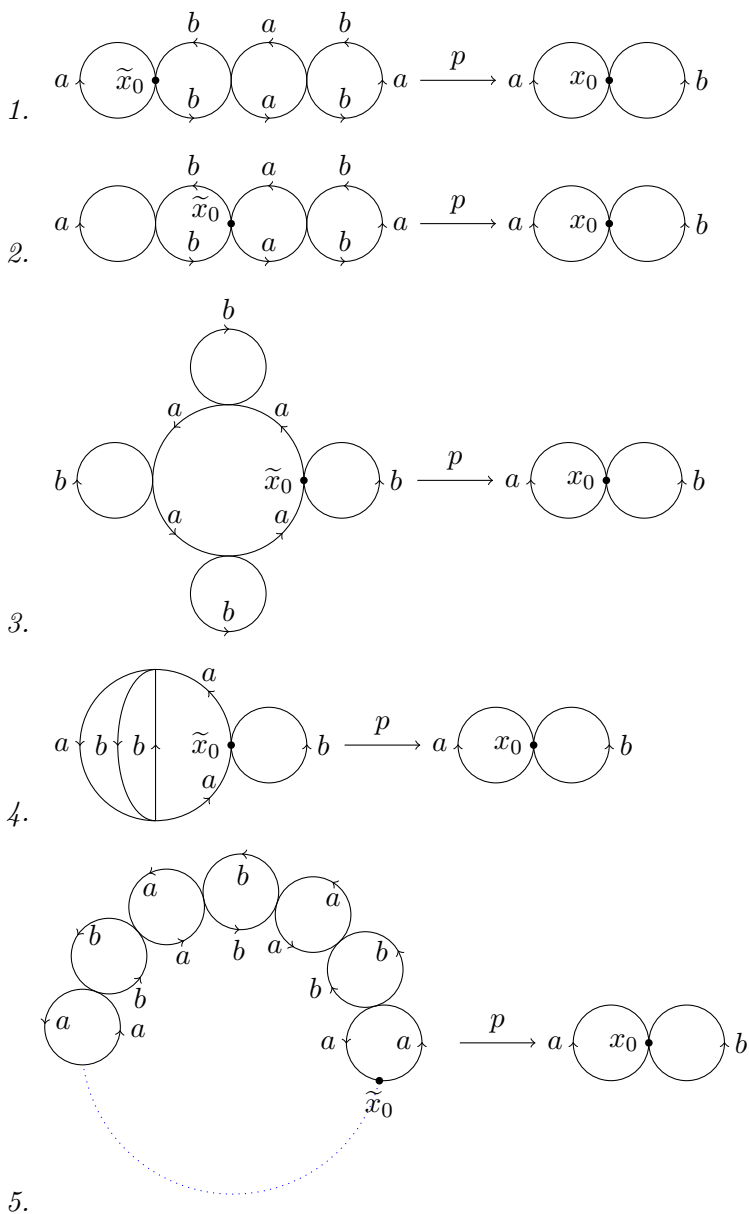


Krovni prostori in grupe

Naloga 8.1 Naj bo $p: \tilde{X} \rightarrow X$ kot kažejo spodnje slike. Če je p krovna projekcija, določi podgrupo $p_{\#}(\pi_1(\tilde{X}))$ v $\pi_1(X) = \langle a, b \mid \rangle$. Ali je edinka?



Ali sta krova iz primera 2 in 3 izomorfna?

Naloga 8.2 Poišči vse krove nad $\mathbb{S}^1 \vee \mathbb{S}^2$.

Naloga 8.3 Poišči vse krove nad $\mathbb{RP}^2$, $\mathbb{RP}^2 \times \mathbb{RP}^2$ in $\mathbb{RP}^2 \vee \mathbb{RP}^2$.

Naloga 8.4 Poišči vse podgrupe grupe $\mathbb{Z} * \mathbb{Z}$ indeksa 2 ter 3 in ugotovi, katere so edinke.

Naloga 8.5 Poišči končno generirano grupo in njeno podgrupo, ki ni končno generirana.

Naloga 8.6 Naj no F prosta grupa končnega ranga in naj bo N netrivialna edinka v F . Pokaži, da je N končno generirana natanko tedaj, ko je končnega indeksa.

Naloga 8.7 Pokaži, da je krov nad grafom graf. Splošneje: Pokaži, da je krov nad CW kompleksom dimenzije n CW kompleks dimenzije n .

Naloga 8.8 Naj bo X CW kompleks in naj bodo A_λ taki povezani podkompleksi v X , da je $X = \cup_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda$. Naj obstaja drevo T v X , da je $A_\lambda \cap A_\mu = T$ za $\lambda \neq \mu$. Tedaj je $\pi_1(X, x_0) \cong *_{\lambda \in \Lambda} \pi_1(A_\lambda, x_0)$.

Naloga 8.9 Pokaži, da je podgrupa proste grupe prosta.

Naloga 8.10 (Kurosh subgroup theorem) Naj bo H podgrupa grupe $G = G_1 * G_2$. Potem je $H = F * (*_{\alpha \in A} G_\alpha) * (*_{\beta \in B} G_\beta)$, kjer za vsak $\alpha \in A$ obstaja $g_\alpha \in G$, da je $g_\alpha G_\alpha g_\alpha^{-1} < G_1$, za vsak $\beta \in B$ obstaja $g_\beta \in G$, da je $g_\beta G_\beta g_\beta^{-1} < G_2$ in grupa F pa je prosta.